Baden-Württemberg
MINISTERIUM FÜR KULTUS, JUGEND UND SPORT

Abiturprüfung an den Beruflichen Gymnasien

Haupttermin 2025

Prüfungsfach:	**2.2.2 Mathematik (gAN)**
Bearbeitungszeit:	**255 Minuten**
Hilfsmittel:	Deutsches Rechtschreibenachschlagewerk **Zusätzlich in Teil B sowie für die Problemlöseaufgabe (PLA):** Eingeführter wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne Handbuch) Mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung Eingeführte Merkhilfe Die zusätzlich zugelassenen Hilfsmittel bekommt der Prüfling genau dann, wenn Teil A unwiderruflich abgegeben wurde. Dies muss spätestens 100 Minuten nach Beginn der Prüfung geschehen.
Stoffgebiete:	**Teil A** Analysis, Stochastik, Lineare Algebra Pflichtteil: Aufgaben 1 bis 3 — S. 3 - 5 Wahlteil: Aufgabe 4 (2 Aufgaben) — S. 6 - 7 Aufgabe 5 (2 Aufgaben) — S. 8 - 9 Aufgabe 6 (PLA) — S. 10 **Teil B** Analysis (1 Aufgabe) — S. 11 oder S. 12 - 13 Stochastik (1 Aufgabe) — S. 14 oder S. 15 Lineare Algebra (1 Aufgabe) — S. 16 oder S. 17
Bemerkungen:	In Teil A sind **alle Aufgaben 1 bis 3** zu bearbeiten. Ebenso in Teil A wählen die Schülerinnen und Schüler **entweder je eine Aufgabe 4 und eine Aufgabe 5** aus den Sachgebieten 1 und 2 **oder** die **Aufgabe 6** (PLA) aus dem verbleibenden Sachgebiet. In Teil B wählen die Lehrkräfte in jedem Sachgebiet eine der beiden vorliegenden Aufgaben aus, **alle vorgelegten Aufgaben** sind von den Schülerinnen und Schülern zu bearbeiten.
Seitenzahl:	Der vollständige Aufgabensatz umfasst 17 Seiten. Sie sind verpflichtet, die vorgelegten Aufgaben vor Bearbeitungsbeginn auf Vollständigkeit zu überprüfen (Anzahl der Blätter, Anlagen usw.).

Checkliste schriftliche Abiturprüfung

- Kreuzen Sie die erledigten Aufgaben im entsprechenden Kästchen ☐ an.
- Teil A: Tragen Sie bei Bearbeitung von einer der zwei Aufgaben 4 und einer der zwei Aufgaben 5 die von Ihnen getroffene Auswahl (jeweils I oder II) ein. Falls Sie stattdessen Aufgabe 6 bearbeiten, kreuzen Sie diese an.
- Verwenden Sie für jede Aufgabe einen neuen Bogen.

Teil A – ohne Hilfsmittel

Pflichtteil: Sie müssen alle drei Aufgaben bearbeiten.

☐ Aufgabe 1 (5 BE)

☐ Aufgabe 2 (5 BE)

☐ Aufgabe 3 (5 BE)

Wahlteil: Sie wählen eine Aufgabe 4 und eine Aufgabe 5 **oder** nur die Aufgabe 6 (Problemlöseaufgabe).

☐ Aufgabe 4 Auswahl ___ (5 BE)	☐ Aufgabe 6 (10 BE)
☐ Aufgabe 5 Auswahl ___ (5 BE)	
Abgabe nach maximal 100 Min.	**Übernahme in Teil B** – mit Hilfsmitteln

Teil B – mit Hilfsmitteln

Sie müssen alle drei Aufgaben bearbeiten.

☐ Aufgabe 1 (25 BE)

☐ Aufgabe 2 (15 BE)

☐ Aufgabe 3 (15 BE)

1 Analysis **BE**

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 + 3x^2$, $x \in \mathbb{R}$. 5
K ist der Graph der Funktion.

Berechnen Sie

- die Koordinaten des Hoch- und des Tiefpunkts von K und
- die Steigung von K im Wendepunkt.

5

2 Stochastik **BE**

In einer Urne befinden sich drei rote und zwei gelbe Kugeln sowie eine blaue Kugel. Aus dieser Urne werden nacheinander zufällig zwei Kugeln gezogen, ohne sie zurückzulegen, und ihre Farben werden jeweils notiert.

a Stellen Sie die Situation durch ein geeignetes beschriftetes Baumdiagramm dar. 3

b Formulieren Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit sich mit $1 - \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} - \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5}$ berechnen lässt. 2

5

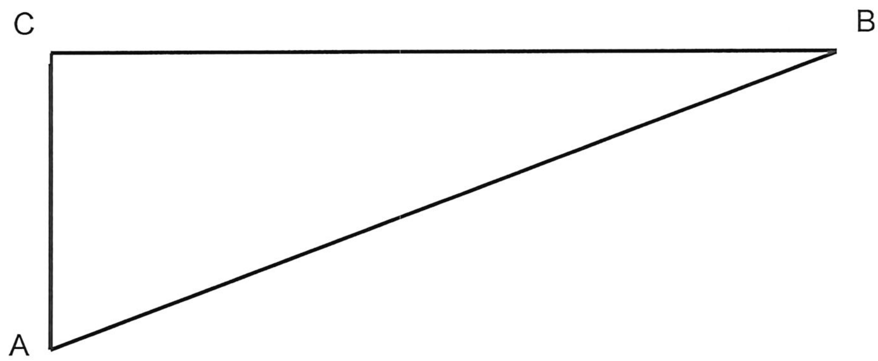
3 Lineare Algebra

BE

Die Punkte A(5 | −1| 2), B(9 | 2 | 12) und C(3 | −2 | 4) sind die Eckpunkte eines Dreiecks ABC.

a Weisen Sie nach, dass das Dreieck ABC bei C einen rechten Winkel besitzt. 2

b Die abgebildete Skizze stellt das Dreieck ABC dar. 3



Nun wird ein Punkt P hinzugefügt, sodass dieser zusammen mit A, B und C die Eckpunkte eines Parallelogramms bildet.

- Übernehmen Sie die Skizze auf Ihr Lösungsblatt und erweitern Sie diese um einen möglichen Punkt P.
- Bestimmen Sie mögliche Koordinaten des Punktes P so, dass das Parallelogramm kein Rechteck ist.

5

4 Stochastik **BE**

Bei einem Glücksspiel wird ein Pfeil auf die in Abbildung 1 dargestellte Scheibe geworfen. Es wird angenommen, dass jeder Pfeil die Scheibe trifft. Die Skalierung gibt den Radius der einzelnen Kreise (in Längeneinheiten) an.

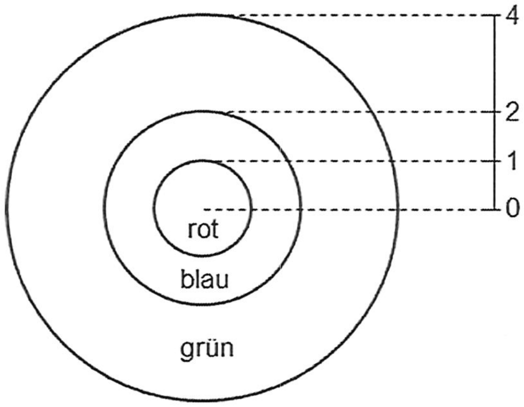


Abb. 1

Man trifft die unterschiedlich gefärbten Bereiche auf der Scheibe mit den folgenden Wahrscheinlichkeiten:

rot	blau	grün
$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{4}$

a Für das Glücksspiel gelten folgende Regeln: 2

- Ein Spieler bezahlt einen Einsatz von a Euro.
- Je nach getroffener Farbe erhält der Spieler folgende Auszahlung:

Getroffene Farbe	Auszahlung
rot	6 Euro
blau	2 Euro
grün	1 Euro

Berechnen Sie den maximalen Einsatz a, sodass der Spieler auf lange Sicht keinen Verlust macht.

b Der Flächeninhalt eines Kreises mit Radius r beträgt $\pi \cdot r^2$. 3
Zeigen Sie, dass die oben gegebenen Wahrscheinlichkeiten dem Flächenanteil des jeweiligen Bereichs an der gesamten Kreisfläche entsprechen.

5

4 Lineare Algebra **BE**

Gegeben sind die Punkte A(4 | 2 | −3), B(3 | 0 | −1) und die Gerade g, wobei

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \ r \in \mathbb{R}.$

a Zeigen Sie, dass der Abstand vom Punkt A zur Geraden g der Länge des Vektors $\overrightarrow{AB}$ entspricht. 3

b Ermitteln Sie die Koordinaten eines weiteren Punktes C, der den gleichen Abstand zur Geraden g hat wie der Punkt A. 2

5

5 Stochastik **BE**

Ein Kartenspiel hat einen Kartensatz mit 32 Karten: In jeder der vier Farben Kreuz (♣), Pik (♠), Herz (♥) und Karo (♦) gibt es jeweils ein Ass, einen König, eine Dame, einen Buben, eine 10, eine 9, eine 8 und eine 7.
Es wird eine Karte gezogen.

a Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit des folgenden Ereignisses: 2

Die gezogene Karte zeigt Karo oder ist eine Dame.

Ein anderes Spiel hat einen Kartensatz, der nur aus 4 Assen und n Jokern besteht. Es wird zweimal ohne Zurücklegen eine Karte gezogen.
Die Wahrscheinlichkeit, zwei Asse zu ziehen, beträgt $\frac{2}{5}$.

b Zeigen Sie, dass die Berechnung der Anzahl der Joker auf folgende Gleichung führt: 3

$$2n^2 + 14n + 24 = 60$$

5

5 Lineare Algebra

BE

Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem: 5

$$\begin{aligned} x + y + z &= 12 \\ 5x + 10y + 20z &= 150 \end{aligned}$$

Berechnen Sie die Lösungen des linearen Gleichungssystems, wenn x, y und z natürliche Zahlen sind.

5

6 Analysis

BE

Bearbeiten Sie die folgende Aufgabe unter Berücksichtigung der einzelnen Problemlöseschritte. Dokumentieren und reflektieren Sie Ihre Vorgehensweise.

Gegeben sind folgende drei Eigenschaften, die eine Funktion f bzw. deren Graph haben kann: 10

- f ist eine Polynomfunktion.
- Der Graph von f ist achsensymmetrisch zur y-Achse.
- Der Graph von f besitzt mindestens einen Hochpunkt.

Bestimmen Sie jeweils einen passenden Funktionsterm, so dass die Funktion f …

a. … nur genau eine der drei Eigenschaften erfüllt.
b. … genau zwei der drei Eigenschaften erfüllt.
c. … alle drei Eigenschaften erfüllt.

10

1 Analysis **BE**

Der Graph K_g einer in IR definierten quadratischen Funktion g schneidet die y-Achse im Punkt $S_y(0 \mid 1)$. In diesem Punkt hat K_g die Steigung $-\frac{4}{3}$. Der Tiefpunkt von K_g hat die x-Koordinate 2.

a Bestimmen Sie eine Gleichung der Funktion g. 4

(Zur Kontrolle: $g(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 1$)

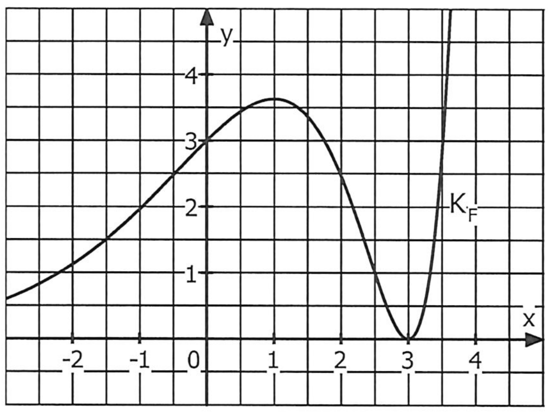
b Zeichnen Sie K_g im Bereich $-2 \le x \le 6$. 3

c Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die K_g mit der x-Achse einschließt. 4

Die Funktion f ist für $x \in$ IR definiert durch $f(x) = \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 1\right) \cdot e^x$.
Der Graph von f ist K_f.
Die Funktion F ist für $x \in$ IR definiert durch $F(x) = \frac{1}{3} \cdot \left(x^2 - 6x + 9\right) \cdot e^x$.

d Zeigen Sie, dass F eine Stammfunktion von f ist. 3

e Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Graphen K_F der Funktion F. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Entscheidung jeweils mithilfe von K_F. 6



(1) K_f schneidet die x-Achse im Intervall $[-2; 2]$ einmal.

(2) Es gilt: $F'(2{,}5) = -1$

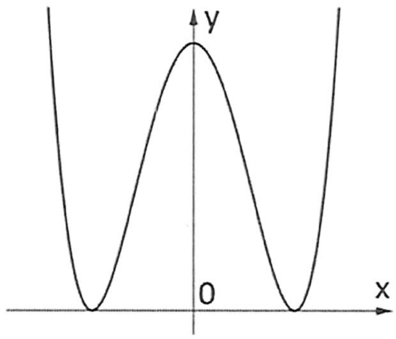
(3) Es gilt: $f'(1{,}5) < 0$

Der Graph der Funktion h entsteht, indem K_f zuerst um 1 nach rechts verschoben und dann an der y-Achse gespiegelt wird.

f Begründen Sie, dass die folgenden Aussagen korrekt sind: 5

(1) Die Reihenfolge der beiden Transformationen spielt eine Rolle.
(2) Es gilt $f(1) = 0$. Damit ist $h(-2) = 0$.

1	**Analysis**	**BE**
1.1	Gegeben ist die in IR definierte Funktion g durch $g(x) = (x + 2)^2 \cdot (x - 2)^2$. Der Graph von g ist K_g.	
a	Nennen Sie drei Argumente, warum es sich beim dargestellten Graphen um K_g handeln kann.	3



Der Graph K_f der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{8}x^4 - x^2 + 2$ geht aus K_g durch Streckung in y-Richtung mit dem Faktor a hervor.

b	Geben Sie den Wert von a an.	1
c	Bestimmen Sie eine Gleichung der Parabel (zweiten Grades), die durch alle Extrempunkte von K_f verläuft.	3
1.2	Gegeben ist die Funktion h mit $h(x) = 4 \cdot \cos(x) + 4$. Ihr Graph ist K_h.	
a	Zeichnen Sie K_h im Bereich $-\pi \leq x \leq \pi$.	3
b	Zeigen Sie, dass die Gerade t mit der Gleichung $y = -4x + 2\pi + 4$ eine Tangente an den Graphen K_h im Punkt $P(\frac{\pi}{2} \mid 4)$ ist.	3
c	Die Tangente im Kurvenpunkt $P(u \mid h(u))$, $0 \leq u \leq \pi$, schneidet die y-Achse im Punkt S. Bestimmen Sie denjenigen Wert, den die y-Koordinate von S maximal annehmen kann.	5

1.3 Ein Notizzettel hat die Maße 9 x 9 cm. Von diesem Notizzettel wird nun immer wieder ein Stück abgeschnitten, sodass sich der Flächeninhalt A des verbleibenden Stücks mit jedem Schnitt halbiert.

a Zeigen Sie, dass sich der nach n Schnitten verbleibende Flächeninhalt des Notizzettels in cm^2 durch die Funktion A mit 3

$$A(n) = 81 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n ; \; n \in \mathbb{N}$$

beschreiben lässt.

b Berechnen Sie, wie oft man ein Stück des Notizzettels abschneiden muss, bis das verbleibende Stück erstmals einen Flächeninhalt von weniger als einem hundertstel Quadratzentimeter hat. 4

25

2 Stochastik **BE**

Ein Sportverein hat 800 Mitglieder, von denen 200 jugendlich sind. Alle anderen Mitglieder sind erwachsen. Insgesamt engagieren sich 10 % aller Mitglieder ehrenamtlich im Sportverein. 536 Mitglieder sind erwachsen und engagieren sich nicht ehrenamtlich im Sportverein.

a Stellen Sie den Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. 3

b Beurteilen Sie, ob der Anteil derjenigen, die sich ehrenamtlich im Sportverein engagieren, unter den erwachsenen Mitgliedern genauso groß ist wie unter den jugendlichen Mitgliedern. 2

c In einer Umkleidekabine treffen sich zufällig drei Mitglieder des Sportvereins. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei jugendlich sind. 2

d Dem Sportverein tritt eine Gruppe Erwachsener bei, die sich aber alle nicht ehrenamtlich engagieren. 4
Dadurch steigt bei den nicht ehrenamtlich engagierten Mitgliedern der Anteil der Erwachsenen auf über 75 %.
Ermitteln Sie, wie viele Personen mindestens beigetreten sind.

Zur Jahreshauptversammlung des Sportvereins kommen insgesamt 75 Mitglieder. Es wird angenommen, dass die Anzahl der Teilnehmer, die für eine Beitragserhöhung stimmen werden, binomialverteilt ist mit $p = 0{,}6$.

e Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse: 4

A: Mindestens 41 Mitglieder stimmen für eine Beitragserhöhung.
B: Es stimmen mehr als 35 und höchstens 39 Mitglieder für eine Beitragserhöhung.

15

2 Stochastik

BE

Ein Restaurant verkauft industriell hergestellte Frühlingsrollen. Eine Untersuchung hat gezeigt, dass 17 % der industriell hergestellten Frühlingsrollen das vorgegebene Gewicht unterschreiten.

a Es werden drei Frühlingsrollen bestellt. Dabei soll untersucht werden, wie viele Frühlingsrollen das vorgegebene Gewicht unterschreiten. 5

Stellen Sie den Sachverhalt durch ein geeignetes beschriftetes Baumdiagramm dar.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei der drei Frühlingsrollen das vorgegebene Gewicht unterschreiten.

b Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses A lässt sich wie folgt berechnen: 2

$$P(A) = 1 - 0{,}83^{20}$$

Beschreiben Sie in der Anwendungssituation ein passendes Zufallsexperiment sowie ein mögliches Ereignis A.

c Die Verbraucherzentrale kontrolliert stichprobenartig das Gewicht der Frühlingsrollen. Dazu werden in einer Stichprobe 1500 Frühlingsrollen untersucht. Es erfolgt eine Beanstandung, wenn die in der Stichprobe ermittelte Anzahl der zu leichten Frühlingsrollen um mehr als eine Standardabweichung nach oben vom Erwartungswert dieser Anzahl abweicht. 4

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für eine Beanstandung.

d Ermitteln Sie die Anzahl an Frühlingsrollen, die man mindestens kaufen muss, damit man mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % mindestens 20 Frühlingsrollen erhält, die das vorgegebene Gewicht einhalten. 4

15

3 Lineare Algebra

BE

Gegeben sind die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $r \in \mathbb{R}$ und die Punkte $A(5 \mid -1 \mid 4)$, $B(1 \mid 1 \mid 0)$ und $C(0 \mid 3 \mid 2)$.

a Bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von g mit den Koordinatenebenen. 3

b h ist die Gerade durch A und B.
Zeigen Sie, dass g und h zueinander windschief sind. 4

c Geben Sie eine Gleichung einer Ebene an, die parallel zur x_1x_3-Ebene ist und von C den Abstand 2 hat. 2

Es gilt: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

d Erläutern Sie, welche geometrische Größe durch den Term 2

$$\tfrac{1}{2} \cdot \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \left|\overrightarrow{BC}\right|$$

berechnet wird.

e Es gibt genau einen Kreis, auf dem die Punkte A, B und C liegen.
Zeigen Sie, dass der Mittelpunkt dieses Kreises auf der Hypotenuse des Dreiecks ABC liegt. 4

15

3 Lineare Algebra **BE**

Die Form eines Schirms für eine Stehlampe wird durch die Punkte A(0 | 0 | 0), B(4 | 0 | 0), C(4 | 4 | 0), D(0 | 4 | 0), E(1 | 1 | 8), F(3 | 1 | 8), G(3 | 3 | 8) und H(1 | 3 | 8) beschrieben. Eine Längeneinheit entspricht 10 cm.

a Zeichnen Sie den Lampenschirm in ein Koordinatensystem ein. 3

b Zeigen Sie, dass die Seitenfläche ADHE ein Trapez ist. 2

c Beurteilen Sie die folgende Aussage: 3
Die Kante BF schließt mit der x_1x_2-Ebene einen Winkel von mehr als 81° ein.

d Zur Stabilisierung sollen im Inneren des Lampenschirms dünne Stäbe angebracht werden. 3
Formulieren Sie in dieser Anwendungssituation eine Aufgabenstellung, die sich mit folgendem Ansatz lösen lässt:

$$\begin{pmatrix}4\\0\\0\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}-3\\3\\8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\4\\0\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}-3\\-3\\8\end{pmatrix};\ s, t \in [0\,;\,1]$$

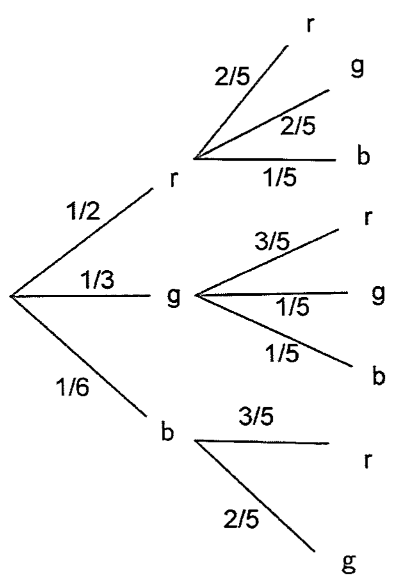
e Im Lampenschirm soll eine LED-Lampe installiert werden. Diese soll von allen Eckpunkten den gleichen Abstand haben. Die LED-Lampe wird vereinfacht als punktförmig angenommen. 4
Bestimmen Sie die Koordinaten dieses Punktes.

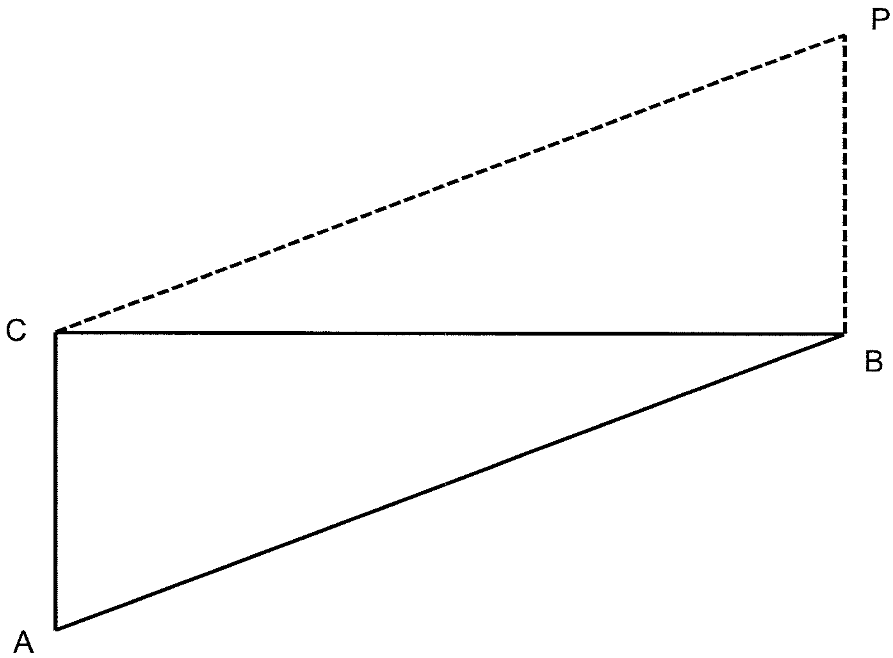
15

Für die Fachlehrkräfte:

Es gelten die Vorgaben der Korrektur- und Bewertungshinweise in der aktuell gültigen Fassung.

1 Analysis	BE/AFB		
	I	II	III
$f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x+2) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -2 \vee x_2 = 0$ $f''(x) = 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x_3 = -1$ (Nullstelle von f" mit Vorzeichenwechsel) $f''(-2) = -6 < 0,\ f(-2) = 4 \Rightarrow H(-2 \mid 4)$ $f''(0) = 6 > 0,\ f(0) = 0 \Rightarrow T(0 \mid 0)$ $f'(-1) = -3 \Rightarrow$ Steigung -3 im Wendepunkt	2	3	
Summe	**2**	**3**	**0**
Anteile der Bewertungseinheiten in Prozent	**40**	**60**	**0**

2	**Stochastik**	BE/AFB I	BE/AFB II	BE/AFB III
a		2	1	
b	A: Beide gezogenen Kugeln sind von unterschiedlicher Farbe.		2	
	Summe	**2**	**3**	**0**
	Anteile der Bewertungseinheiten in Prozent	**40**	**60**	**0**

3	**Lineare Algebra**	BE/AFB		
		I	II	III
a	$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} = 12 + 4 - 16 = 0$	2		
b	Skizze eines möglichen Parallelogramms:  Kein Rechteck erhält man z. B. für $\vec{p} = \vec{c} + \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 14 \end{pmatrix}$, P(7 | 1 |14). Anmerkung: Eine weitere Lösung ist $\vec{p} = \vec{c} - \overrightarrow{AB}$, P(– 1 | –5 | – 6)		3	
	Summe	**2**	**3**	**0**
	Anteile der Bewertungseinheiten in Prozent	**40**	**60**	**0**

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">4 Stochastik</td><td colspan="3">BE/AFB</td></tr>
<tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td>a</td><td>Zufallsvariable X: Auszahlung für den Spieler in Euro

x_i	6	2	1
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{4}$

$E(X) = \frac{1}{16} \cdot 6 + \frac{3}{16} \cdot 2 + \frac{3}{4} \cdot 1 = \frac{3}{2}$

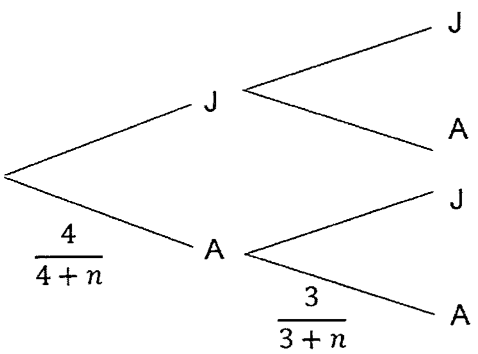
Der Einsatz a darf höchstens 1,50 Euro betragen, damit der Spieler auf lange Sicht keinen Verlust macht.</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b</td><td>Flächeninhalt des gesamten Kreises: $A_{gesamt} = 16\pi$
Flächeninhalt des roten Kreises: $A_{rot} = \pi$
Flächeninhalt des blauen Kreisrings: $A_{blau} = 4\pi - \pi = 3\pi$
Flächeninhalt des grünen Kreisrings: $A_{grün} = 16\pi - 4\pi = 12\pi$

Anteil des roten Kreises $= \frac{\pi}{16\pi} = \frac{1}{16} = P(\text{rot})$

Anteil des blauen Kreisrings $= \frac{3\pi}{16\pi} = \frac{3}{16} = P(\text{blau})$

Anteil des grünen Kreisrings $= \frac{12\pi}{16\pi} = \frac{3}{4} = P(\text{grün})$</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2" align="right">Summe</td><td>2</td><td>3</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="right">Anteile der Bewertungseinheiten in Prozent</td><td>40</td><td>60</td><td>0</td></tr>
</table>

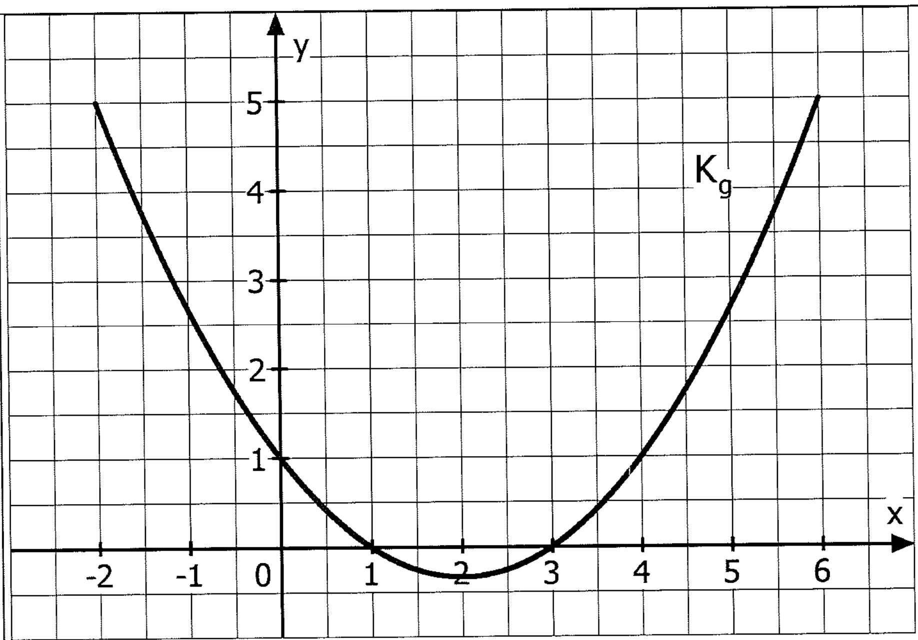
4 Lineare Algebra		BE/AFB I	II	III
a	B liegt auf g. $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ Es gilt: $\overrightarrow{AB} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$ Somit ist $\overrightarrow{AB}$ senkrecht zu g und damit entspricht $\left\lvert\overrightarrow{AB}\right\rvert$ dem Abstand von A zu g.	1	2	
b	Mögliche Lösung: $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, damit C(2 | −2 | 1)	1	1	
	Summe	**2**	**3**	**0**
	Anteile der Bewertungseinheiten in Prozent	**40**	**60**	**0**

5	**Stochastik**	BE/AFB		
		I	II	III
a	$P(B) = \frac{8}{32} + \frac{4}{32} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}$	1	1	
b	A: Es wird ein Ass gezogen. J: Es wird ein Joker gezogen.  $P(A, A) = \frac{4}{4+n} \cdot \frac{3}{3+n} = \frac{2}{5} \iff \frac{12}{n^2+7n+12} = \frac{2}{5} \iff 2n^2 + 14n + 24 = 60$			3
	Summe	**1**	**1**	**3**
	Anteile der Bewertungseinheiten in Prozent	**20**	**20**	**60**

5 Lineare Algebra	BE/AFB		
	I	II	III
(1) $x + y + z = 12$ (2) $5x + 10y + 20z = 150$ (2) $- 5 \cdot$ (1): $5y + 15z = 90 \Leftrightarrow y + 3z = 18$ Da x, y und z nur natürliche Werte haben können, erhält man damit die Lösungsmenge $L = \{ (0; 9; 3); (2; 6; 4); (4; 3; 5); (6; 0; 6) \}$.		2	3
Summe	**0**	**2**	**3**
Anteile der Bewertungseinheiten in Prozent	**0**	**40**	**60**

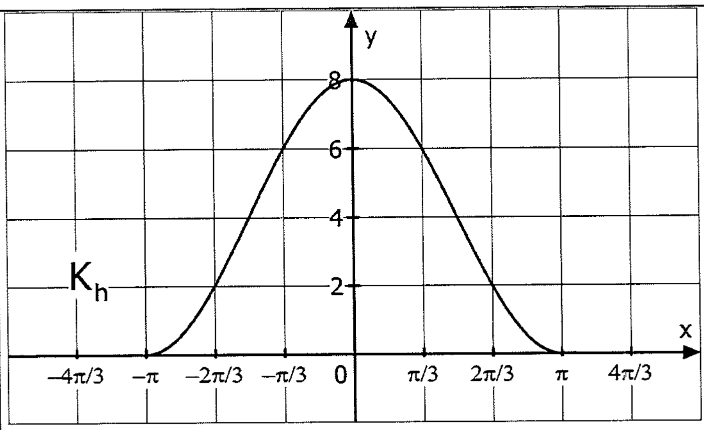
6 Analysis			BE/AFB I	II	III
Kriterien	Indikatoren	Erwartungshorizont			
Analyse	• Problem verbalisieren • Ordnen der Informationen z. B. mithilfe von Skizzen, Modellen, Tabellen	Problem in eigene Worte fassen und erläutern, was „genau eine", „genau zwei" oder „alle drei" Eigenschaften voneinander abgrenzt.			
Durchführung	• „Einlassen" auf das Problem • Untersuchung von Beispielen/ Spezialfällen • Vermutungen äußern • Lösungsstrategie entwickeln und umsetzen • (allgemeine) Strukturen finden • Vermutungen testen/überprüfen • evtl. Vermutungen ergänzen/anpassen • evtl. Lösungsstrategien korrigieren	Es werden passende Funktionsgleichungen bzw. Funktionsterme angegeben. Die jeweilige Wahl wird z. B. durch eine vollständige Erläuterung mit Bezug auf die Eigenschaften begründet. Die jeweilige Erläuterung kann z. B. in Worten und/oder mit Skizzen erfolgen. Beispiele: **Bedingung** — **Erläuterungen** **a** z. B. $y = x$ — Eigenschaften: • Polynomfunktion vom Grad 1 • keine y-Achsensymmetrie, da $f(-x) = -f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ • kein Hochpunkt (da Gerade) **b** z. B. $y = x^2(x-1)$ — Eigenschaften: • Polynomfunktion vom Grad 3 • keine y-Achsensymmetrie, da der größte Exponent von f ungerade ist • lokales Maximum an der doppelten Nullstelle			

		c z. B. $y = -x^2$	Eigenschaften: • Polynomfunktion vom Grad 2 • y-Achsensymmetrie, da $f(-x) = f(x)$ für alle $x \in IR$ • Scheitelpunkt der nach unten geöffneten Parabel ist ein Hochpunkt			
Rückblick	• Lösung angeben und auf Plausibilität überprüfen/ reflektieren • bei Abbruch: mögliche Gründe reflektieren • alternative Lösungswege suchen/ formulieren • …	Es könnte begründet werden, warum erste Ansätze für bestimmte Bedingungen a, b oder c wieder verworfen wurden. Zudem könnte beispielsweise aufgeführt werden, dass bei entsprechender Wahl des Definitionsbereichs die Bedingungen durchaus auch wieder nicht erfüllt sein könnten.				
Darstellung	• übersichtlich • strukturiert • verständlich • nachvollziehbar • …					
			Summe	**3**	**4**	**3**
			Anteile der Bewertungseinheiten in Prozent	**30**	**40**	**30**

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">1 Analysis</td><td colspan="3">BE/AFB</td></tr>
<tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td>a</td><td>Ansatz: $g(x) = ax^2 + bx + c$; $g'(x) = 2ax + b$
$g(0) = 1 \Rightarrow c = 1$
$g'(0) = -\frac{4}{3} \Rightarrow b = -\frac{4}{3}$
$g'(2) = 0 \Leftrightarrow 4a - \frac{4}{3} = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$, also $g(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 1$</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b</td><td>


</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c</td><td>Nullstellen: $g(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \lor x = 3$
$$\int_1^3 f(x)\,dx = \left[\frac{1}{9}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + x\right]_1^3 = -\frac{4}{9} \Rightarrow A = \frac{4}{9}$$</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>d</td><td>$F'(x) = \frac{1}{3} \cdot \left((2x-6) \cdot e^x + \left(x^2 - 6x + 9\right) \cdot e^x\right)$
$= \frac{1}{3} \cdot \left(x^2 - 4x + 3\right) \cdot e^x = f(x)$</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>e</td><td>(1) Die Aussage ist wahr. K_F besitzt im Intervall $[-2; 2]$ eine Extremstelle, daher schneidet K_f die x-Achse im Intervall einmal.
(2) Die Aussage ist falsch. Die Tangente an K_F an der Stelle $x = 2{,}5$ hat eine Steigung von ungefähr -3.
(3) Die Aussage ist wahr. K_F ist für $x = 1{,}5$ rechtsgekrümmt.</td><td></td><td>6</td><td></td></tr>
</table>

f	Aussage (1): Wird der Graph zuerst nach rechts verschoben und dann an der y-Achse gespiegelt, hat die entstehende Funktion die Nullstellen -4 und -2. Wird zuerst an der y-Achse gespiegelt und dann verschoben, erhält man die Nullstellen -2 und 0. Es entstehen also unterschiedliche Graphen. Aussage (2): Durch die Verschiebung von K_f um 1 nach rechts verschiebt sich auch die Nullstelle von $x = 1$ zu $x = 2$. Die anschließende Spiegelung an der y-Achse ändert dann die Nullstelle noch zu $x = -2$, daher schneidet K_h die x-Achse bei $x = -2$.			5
	Summe	**7**	**13**	**5**
	Anteile der Bewertungseinheiten in Prozent	**28**	**52**	**20**

1 Analysis		BE/AFB I	II	III
1.1				
a	Der Graph hat zwei doppelte Nullstellen. Der Graph hat zur y-Achse symmetrischen Nullstellen. Der Graph verläuft vom 2. in den 1. Quadranten.		3	
b	$a = \frac{1}{8}$	1		
c	Die beiden doppelten Nullstellen bei ±2 liefern die beiden Tiefpunkte von K_f. Der Hochpunkt liegt aus Symmetriegründen auf der y-Achse: H(0 | 2). Daraus ergibt sich der Ansatz: $y = b \cdot x^2 + 2$ Einsetzen der Koordinaten eines Tiefpunkts: $0 = b \cdot 2^2 + 2 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$ Damit: $y = -\frac{1}{2} \cdot x^2 + 2$		3	
1.2				
a		3		
b	$t(x) = -4x + 2\pi + 4$; $t'(x) = -4$ $h'(x) = -4 \cdot \sin(x)$ $h\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4 = t\left(\frac{\pi}{2}\right)$; $h'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -4 = t'\left(\frac{\pi}{2}\right)$. Damit ist t Tangente an K_h im Punkt $P(\frac{\pi}{2} \mid 4)$.		3	

c	Steigung der Tangente im Kurvenpunkt $P(u \mid h(u))$: $h'(u) = -4 \cdot \sin(u)$ Damit Tangente in P: $y = -4\sin(u) \cdot x + b$ Punktprobe mit $P(u \mid h(u))$ ergibt den y-Achsenabschnitt in Abhängigkeit von u: $b(u) = 4u \cdot \sin(u) + 4\cos(u) + 4$ $b'(u) = 4u \cdot \cos(u) = 0 \Leftrightarrow u_1 = 0;\ u_2 = \frac{\pi}{2}$ $b(0) = 8;\ b(\pi) = 0;\ b\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi + 4 \approx 10{,}3 = b_{max}$ *Hinweis: Auch alternative Argumentationen sind möglich, sofern sie vollständig beschrieben und begründet sind.*			5
1.3				
a	Flächeninhalt zu Beginn: 81 cm^2, d. h. $A(0) = 81$ Mit jedem Schnitt wird der Flächeninhalt halbiert, d. h. der Ausgangswert wird für 1, 2, 3 … n Schnitte mit $\frac{1}{2}, \left(\frac{1}{2}\right)^2, \left(\frac{1}{2}\right)^3 \ldots \left(\frac{1}{2}\right)^n$ multipliziert. Daher $A(n) = 81 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$.	3		
b	$81 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0{,}01 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{8100}$ liefert $n > \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{8100}\right) \approx 12{,}98$ Es muss 13-mal ein Stück des Notizzettels abgeschnitten werden.		4	
	Summe	**7**	**13**	**5**
	Anteile der Bewertungseinheiten in Prozent	**28**	**52**	**20**

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">2 Stochastik</td><td colspan="3">BE/AFB</td></tr>
<tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td>a</td><td>

	Jugendliche	Erwachsene	Summe
Ehrenamt	16	64	80
kein Ehrenamt	184	536	720
Summe	200	600	800

</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b</td><td>

$\frac{16}{200} < \frac{64}{600}$

Nein, der Anteil derjenigen, die sich ehrenamtlich im Verein engagieren, ist unter den erwachsenen Mitgliedern größer.

</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>c</td><td>

$\frac{200}{800} \cdot \frac{199}{799} \cdot \frac{198}{798} \approx 0{,}0154$

</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>d</td><td>

k: Anzahl der neuen Erwachsenen, die sich nicht ehrenamtlich engagieren

$\frac{536 + k}{720 + k} > 0{,}75 \;\Leftrightarrow\; k > 16$

Es sind mindestens 17 Personen eingetreten.

</td><td></td><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td>e</td><td>

X: Anzahl derjenigen, die eine Beitragserhöhung befürworten
X ist binomialverteilt mit n = 75 und p = 0,6.

$P(A) = P(X \geq 41) = 1 - P(X \leq 40) \approx 0{,}855$
$P(B) = P(35 < X \leq 39) = P(X \leq 39) - P(X \leq 35) \approx 0{,}0849$

</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Summe</td><td>5</td><td>6</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="2">Anteile der Bewertungseinheiten in Prozent</td><td>33</td><td>40</td><td>27</td></tr>
</table>

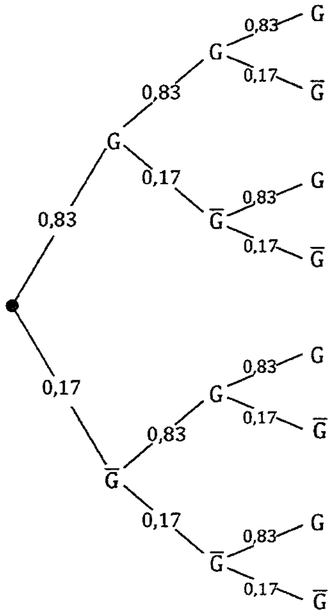
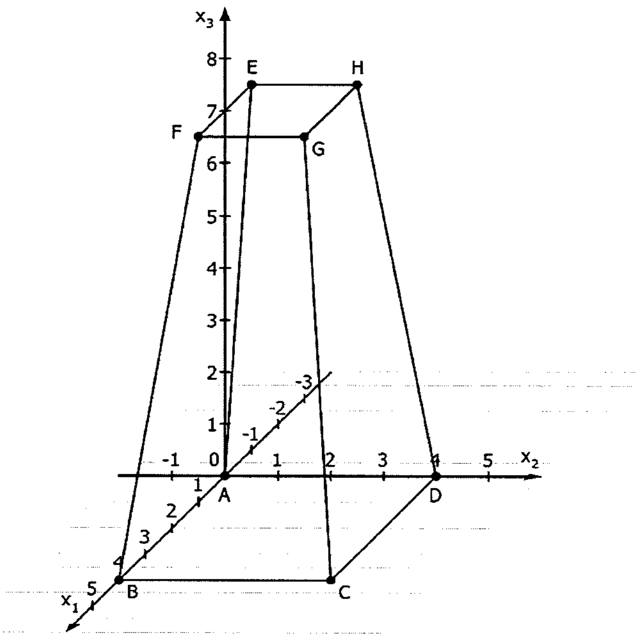
2 Stochastik		BE/AFB I	BE/AFB II	BE/AFB III
a	G: Das vorgeschriebene Gewicht wird eingehalten. X: Anzahl der Frühlingsrollen, die das vorgegebene Gewicht unterschreiten X ist binomialverteilt mit $p = 0{,}17$ und $n = 3$. $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) \approx 1 - 0{,}923 = 0{,}077$ 	5		
b	Es werden 20 Frühlingsrollen bestellt. A: Davon unterschreitet mindestens eine das vorgegebene Gewicht.		2	
c	Die Anzahl der Frühlingsrollen, die das vorgegebene Gewicht unterschreiten, ist binomialverteilt mit $p = 0{,}17$ und $n = 1500$. $E(X) = 1500 \cdot 0{,}17 = 255$ und $\sigma = \sqrt{1500 \cdot 0{,}17 \cdot 0{,}83} \approx 14{,}55$ $E(X) + \sigma \approx 269{,}55$; $P(X \geq 270) = 1 - P(X \leq 269) \approx 1 - 0{,}841 \approx 0{,}159$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von ungefähr 15,9 % wird die Stichprobe beanstandet.		4	
d	Z: Anzahl der Frühlingsrollen, die das vorgegebene Gewicht einhalten Z ist binomialverteilt mit $p = 0{,}83$ und unbekanntem n. Gesucht ist das minimale n, so dass gilt: $P(Z \geq 20) \geq 0{,}99 \Leftrightarrow 1 - P(Z \leq 19) \geq 0{,}99 \Leftrightarrow P(Z \leq 19) \leq 0{,}01$ n: 29 → $P(Z \leq 19)$: 0,018 n: 30 → $P(Z \leq 19)$: 0,008 Man muss mindestens 30 Frühlingsrollen kaufen.			4
	Summe	**5**	**6**	**4**
	Anteile der Bewertungseinheiten in Prozent	**33**	**40**	**27**

Tabelle zu d:

n	$P(Z \leq 19)$
29	0,018
30	0,008

3	**Lineare Algebra**	BE/AFB I	BE/AFB II	BE/AFB III
a	g ist parallel zur x_1x_3-Ebene, daher nur zwei Spurpunkte: $S_{23}(0 \mid -2 \mid 6)$, $S_{12}(-6 \mid -2 \mid 0)$	3		
b	h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$, $r \in \mathbb{R}$ Das LGS $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ hat keine Lösung. Die Geraden g und h sind nicht parallel, da die Richtungsvektoren keine Vielfachen sind. Somit sind die Geraden windschief.		4	
c	Eine mögliche Lösung ist E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; $r, s \in \mathbb{R}$		2	
d	Der Term gibt den Flächeninhalt des Dreiecks ABC an.	2		
e	Auf der Hypotenuse AC hat nur ihr Mittelpunkt M denselben Abstand von A und C. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\left\lvert\overrightarrow{AM}\right\rvert = \left\lvert\overrightarrow{MB}\right\rvert = \left\lvert\overrightarrow{CM}\right\rvert = \sqrt{11{,}25}$ Somit haben alle drei Punkte den gleichen Abstand vom Mittelpunkt der Hypotenuse AC. Sie liegen deshalb auf einem Kreis mit diesem Punkt als Mittelpunkt. Hinweis: Eine Argumentation mit dem Thaleskreis ist ebenso zulässig.			4
	Summe	**5**	**6**	**4**
	Anteile der Bewertungseinheiten in Prozent	**33**	**40**	**27**

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">3 Lineare Algebra</td><td colspan="3">BE/AFB</td></tr>
<tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td>a</td><td></td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b</td><td>$\overrightarrow{AD}=\begin{pmatrix}0\\4\\0\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{EH}=\begin{pmatrix}0\\2\\0\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AD}=2\cdot\overrightarrow{EH}$, also sind $\overrightarrow{AD}$ und $\overrightarrow{EH}$ parallel.
Damit ist das Viereck ADHE ein Trapez.</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c</td><td>$\overrightarrow{BF}=\begin{pmatrix}-1\\1\\8\end{pmatrix}$; orthogonale Projektion von $\overrightarrow{BF}$ auf die x_1x_2-Ebene: $\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$
$\cos(\alpha)=\dfrac{\left|\overrightarrow{BF}\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}\right|}{\left|\overrightarrow{BF}\right|\cdot\left|\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}\right|}\Rightarrow\alpha\approx 79{,}98°$
Die Behauptung ist falsch.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>d</td><td>Die Stäbe verbinden die Punkt B und H bzw. C und E. Es soll überprüft werden, ob sich die Stäbe kreuzen.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
</table>

e	Der Punkt, der von den Eckpunkten des Lampenschirms den gleichen Abstand hat, liegt aus Symmetriegründen auf der Geraden durch den Punkt (2 | 2 | 0) mit Richtungsvektor $\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$. Die Koordinaten des gesuchten Punktes P haben also die Form P(2 | 2 | t), $0 \le t \le 4$. $\left\lvert\overrightarrow{AP}\right\rvert = \left\lvert\overrightarrow{EP}\right\rvert \Leftrightarrow \sqrt{2^2+2^2+t^2} = \sqrt{1^2+1^2+(t-8)^2} \Leftrightarrow t = \frac{29}{8}$ Aus Symmetriegründen sind dann auch alle Abstände zu den anderen Eckpunkten gleich. Die LED-Lampe muss im Punkt $\left(2 \mid 2 \mid \frac{29}{8}\right)$ befestigt werden.			4
	Summe	**5**	**6**	**4**
	Anteile der Bewertungseinheiten in Prozent	**33**	**40**	**27**

Teil A (ohne Hilfsmittel):

Analysis, Aufgabe 1 (Seite 1):

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
	5	I			I	II		2	3	

Stochastik, Aufgabe 2 (Seite 2):

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3			I	II	I	I	2	1	
b	2		I	I	I	I	II		2	

Lineare Algebra, Aufgabe 3 (Seite 3):

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	2	I			I	I		2		
b	3	II	I		I	I			3	

Stochastik, Aufgabe 4.I (Seite 4):

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	2			I		I	I	2		
b	3	I		II	II	I			3	

Lineare Algebra, Aufgabe 4.II (Seite 5):

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3	II			II	I		1	2	
b	2		I		II	I	I	1	1	

Stochastik, Aufgabe 5.I (Seite 6):

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	2			I		II	I	1	1	
b	3		III	III		III				3

Lineare Algebra, Aufgabe 5.II (Seite 7):

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
	5	II	III			II	II		2	3

Analysis (PLA), Aufgabe 6 (Seiten 8 – 9):

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
	10	II	II	II	I	I	II	3	4	3

Teil B (mit Hilfsmitteln):

Analysis, Aufgabe 1.I (Seiten 10 – 11):

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	4				I	I	I	X		
b	3				I	I		X		
c	4				I	II	I		X	
d	3					II	I		X	
e	6	II	I		II		II		X	
f	5	II	II		II	II	III			X

Analysis, Aufgabe 1.II (Seiten 12 – 13):

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1.1 a	3	II			II	I	I		X	
b	1	I				I		X		
c	3	II			II	II	I		X	
1.2 a	3				I			X		
b	3	II			I	II			X	
c	5	II	II		II	III	III			X
1.3 a	3			I	I	I	I	X		
b	4		II	II		II			X	

Stochastik, Aufgabe 2.I (Seite 14):

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3			I	I	I	I	X		
b	2	I		II	I		II		X	
c	2			I		I		X		
d	4	I	II	III		I	III			X
e	4			II		II	II		X	

Stochastik, Aufgabe 2.II (Seite 15):

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	5			I	I	I	I	X		
b	2		I	II	I	II	II		X	
c	4		II	II		II			X	
d	4		II	II		III	II			X

Lineare Algebra, Aufgabe 3.I (Seite 16):

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3				I	I		X		
b	4	II			I	II			X	
c	2		II		II	I			X	
d	2				I		I	X		
e	4	III	II		II	I				X

Lineare Algebra, Aufgabe 3.II (Seite 17 – 18):

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3				I			X		
b	2	I		I		I		X		
c	3			II		II			X	
d	3			II	I	II	II		X	
e	4	II	III	II	II	II	II			X