Freistaat Thüringen

| | |
|---|---|
| Prüfungstag: | **22. Mai 2025 (HAUPTTERMIN)** |
| Prüfungsbeginn: | **08:00 Uhr** |

# BESONDERE LEISTUNGSFESTSTELLUNG

**Schuljahr 2024/2025**

# MATHEMATIK

## Pflichtaufgabe 1

**Hinweise für die Teilnehmerinnen und Teilnehmer**

Die Pflichtaufgabe 1 enthält Aufgaben aus allen Lernbereichen.

Zur Bearbeitung dieser Aufgaben dürfen außer Zeichengeräten **keine** weiteren Hilfsmittel verwendet werden.

Tragen Sie sowohl die Lösungen als auch den Rechenweg sowie Entscheidungen und Begründungen auf den Arbeitsblättern ein. Falls der dazu vorgesehene Platz bei den einzelnen Aufgaben nicht ausreicht, nutzen Sie zusätzlich kariertes Papier.

Neben jeder Teilaufgabe steht die für diese Teilaufgabe maximal erreichbare Anzahl von Bewertungseinheiten (BE).
Die maximale Anzahl aller Bewertungseinheiten beträgt 20 BE.

Name: ______________________________

1 a) Berechnen Sie folgende Terme vollständig.

$-\frac{3}{8} \cdot \frac{16}{9} + 3 =$

$\log_8 64 =$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} =$

/3 BE

b) Lösen Sie die Gleichung $8 \cdot x^2 = 6 \cdot x \quad (x \in \mathbb{R})$.

/2 BE

2 Gegeben ist eine gerade Pyramide mit quadratischer Grundfläche. Die Länge einer Grundkante beträgt 6 cm. Die Pyramide ist 4 cm hoch.

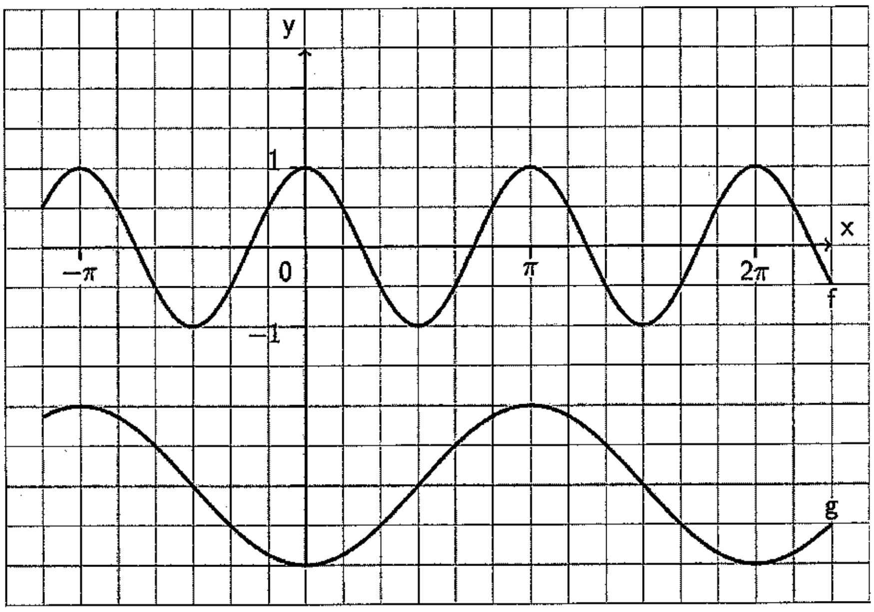
a) Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide.

/2 BE

b) Berechnen Sie den Oberflächeninhalt dieser Pyramide.

/3 BE

3 a) Geben Sie jeweils eine Gleichung der dargestellten Funktionen f und g an.




/3 BE

b) Für den Wertebereich einer trigonometrischen Funktion h gilt:
$y \in \mathbb{R}$ und $1 \leq y \leq 5$.

Geben Sie eine mögliche Gleichung für h an.

/2 BE

4 Martin hat in der Hosentasche fünf Schlüssel, von denen genau einer zum Schloss seiner Haustür passt. Er nimmt solange ohne hinzusehen einen Schlüssel nach dem anderen aus der Hosentasche, bis der Schlüssel passt. Nicht passende Schlüssel legt er zur Seite.

a) Beschreiben Sie für diesen Sachverhalt ein passendes Zufallsexperiment für das Ziehen von Kugeln aus einem Gefäß.

/2 BE

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse A und B.

A: = „Der dritte Schlüssel passt."
B: = „Der erste oder der zweite Schlüssel passt."

/3 BE

Freistaat Thüringen

| | |
|---|---|
| Prüfungstag: | **22. Mai 2025** **(HAUPTTERMIN)** |
| Prüfungsbeginn: | **08:00 Uhr** |

# BESONDERE LEISTUNGSFESTSTELLUNG

**Schuljahr 2024/2025**

# MATHEMATIK

**Hinweise für die Teilnehmerinnen und Teilnehmer**

Bearbeitungszeit: 180 Minuten

Hilfsmittel Pflichtaufgabe 1:

Es dürfen außer Zeichengeräten keine weiteren Hilfsmittel verwendet werden.

Hilfsmittel Pflichtaufgabe 2 und Wahlaufgaben:

Taschenrechner und ein Computeralgebrasystem, die im Unterricht verwendet wurden (Diese dürfen keine zusätzlichen Dateien oder Funktionen/Programme enthalten.)

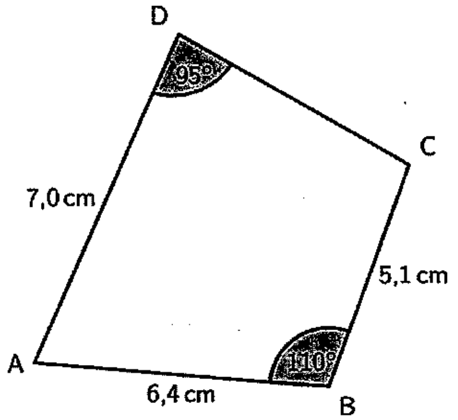
Formelsammlungen/Tafelwerke, die im Unterricht verwendet wurden (Diese dürfen keine Anmerkungen bzw. Ergänzungen enthalten.)

Bearbeiten Sie zuerst die Pflichtaufgabe 1.
**Nach Abgabe der Lösungen für die Pflichtaufgabe 1** sind die Pflichtaufgabe 2 und vier der sechs Wahlaufgaben mit den angegebenen Hilfsmitteln zu bearbeiten.

Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein.
Neben jeder Teilaufgabe steht die für diese Teilaufgabe maximal erreichbare Anzahl von Bewertungseinheiten (BE).

**Pflichtaufgabe 2**

1 Gegeben ist das Viereck ABCD.




Skizze nicht maßstäblich

Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Vierecks.

6 BE

2 Für die Bevölkerung Deutschlands wurde die Verteilung der Blutgruppen ermittelt.

| Blutgruppe | A | B | AB | 0 |
|---|---|---|---|---|
| Relative Häufigkeit | 43 % | 11 % | 5 % | 41 % |

Suche im Netz. https://www.drk-blutspende.de/verteilung (05.06.2024)

a) Stellen Sie diese Verteilung in einem geeigneten Diagramm dar.

2 BE

Interpretieren Sie für die folgenden Aufgaben die Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten und nutzen Sie das Modell „Ziehen mit Zurücklegen".
Bei einer Blutspendenaktion werden die Blutgruppen der zufällig ankommenden Spender bestimmt.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse E und F.

E: = „Die ersten beiden Spender haben die Blutgruppe A."
F: = „Von zehn Spendern hat kein Spender die Blutgruppe AB."

3 BE

c) Beschreiben Sie ein Ereignis G in Worten für das gilt:

$$P(G) = 1 - (0{,}43^2 + 0{,}11^2 + 0{,}05^2 + 0{,}41^2).$$

2 BE

3 Die Punkte $A(-3|3)$ und $B(0|0)$ liegen auf dem Graphen einer quadratischen Funktion q. Der Graph von q entsteht durch Verschiebung der Normalparabel.

a) Ermitteln Sie eine Gleichung von q. [Kontrollergebnis: $q(x) = x^2 + 2x$]

2 BE

b) Geben Sie die Nullstellen der Funktion q an.

1 BE

c) Für jede reelle Zahl a ist eine Funktion g gegeben durch

$g(x) = 2x + a \quad (x \in \mathbb{R})$.

Untersuchen Sie den Einfluss des Parameters a auf die Anzahl der Schnittpunkte der Funktionen q und g.

4 BE

## Wahlaufgaben

Bearbeiten Sie **vier** der folgenden sechs Wahlaufgaben.
Sollten Sie weitere Aufgaben bearbeiten, werden die Aufgaben gewertet, bei denen die meisten Bewertungseinheiten (BE) erreicht wurden.

### Wahlaufgabe 1 mit Schwerpunkt Arithmetik/Algebra

Frau Glück gewinnt 50 000 Euro im Lotto, die sie als Festgeld für 20 Jahre anlegen möchte. Dazu prüft sie Angebote von zwei Banken. Bank A bietet ihr einen festen Jahreszinssatz von 2,5 % an. Bank B verspricht bei ebenfalls festem Jahreszins, dass sich ihr Kapital innerhalb der nächsten 15 Jahre auf 75 000 Euro erhöht hat.

Berechnen Sie jeweils das Kapital nach 20 Jahren.
Vergleichen Sie beide Angebote.

5 BE

### Wahlaufgabe 2 mit Schwerpunkt Funktion

Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = (x+2)^{\frac{1}{2}} \quad (x \in \mathbb{R}; x \geq -2)$.

a) Geben Sie die Schnittpunkte des Graphen mit den Koordinatenachsen an.

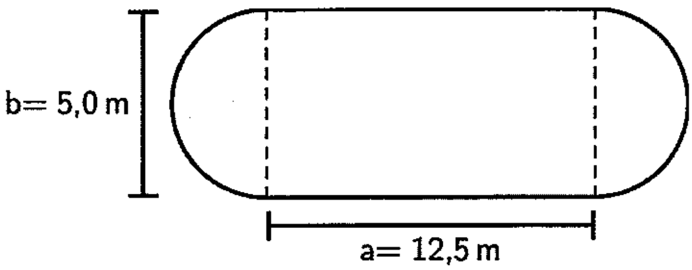
2 BE

b) Zeichnen Sie den Graphen von f und den Graphen der zugehörigen Umkehrfunktion in ein und dasselbe Koordinatensystem.

3 BE

**Wahlaufgabe 3 mit Schwerpunkt Geometrie**

Die Grundfläche eines Swimmingpools hat die Form eines Rechtecks mit zwei angesetzten Halbkreisen. (siehe Skizze)




Skizze nicht maßstäblich

a) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Grundfläche des Pools.
Begründen Sie, dass das Volumen des Swimmingpools mit der Tiefe t durch die Formel $V = a \cdot b \cdot t + \pi \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot t$ berechnet werden kann.

3 BE

In den Swimmingpool passen $150\,m^3$ Wasser. In einer Stunde können 18 000 Liter Wasser in den Pool gepumpt werden. Um 08:00 Uhr ist der Pool leer und die Pumpe wird eingeschaltet.

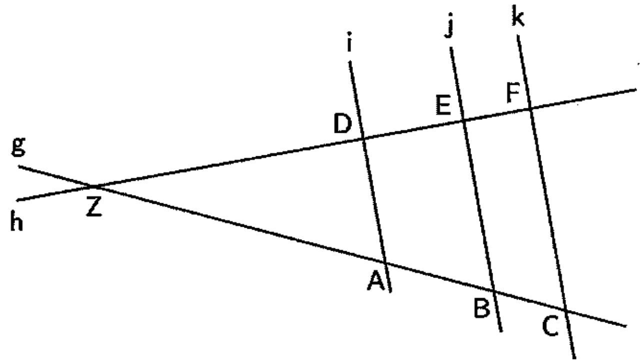
b) Ermitteln Sie den frühesten Zeitpunkt, an dem der Pool vollständig gefüllt ist.

2 BE

**Wahlaufgabe 4 mit Schwerpunkt Geometrie**

Die Geraden g und h haben den gemeinsamen Punkt Z und werden von den drei parallelen Geraden i, j und k geschnitten, so dass die in der Skizze dargestellte Figur entsteht.
Bekannt sind die Längen der Strecken

$\overline{DE} = 7{,}5$ cm
$\overline{AD} = 18{,}0$ cm
$\overline{BE} = 23{,}4$ cm.




Skizze nicht maßstäblich

a) Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Strecke $\overline{ZD}$ eine Länge von 25 cm besitzt.

2 BE

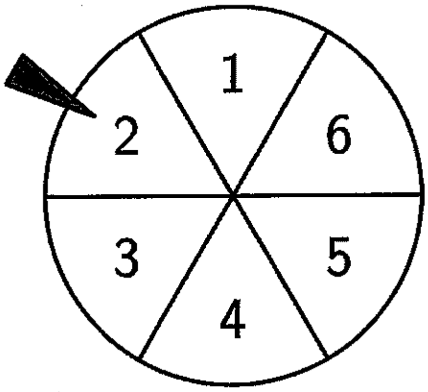
Der Flächeninhalt des Dreiecks ZCF ist dreimal so groß wie der Flächeninhalt des Dreiecks ZAD.

b) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{EF}$.

3 BE

### Wahlaufgabe 5 mit Schwerpunkt Stochastik

Bei einem Spiel darf Luca das Glücksrad zweimal drehen. (siehe Skizze)
Wenn nur gerade Zahlen gedreht werden, bekommt Luca 2 € ausgezahlt. Beträgt die Summe der beiden gedrehten Zahlen sieben, muss Luca 3 € bezahlen. In allen anderen Fällen erhält er nichts und muss auch nichts bezahlen.
Untersuchen Sie, ob es sich hierbei um ein faires Spiel handelt.
(Hinweis: Ein Spiel heißt fair, wenn der Erwartungswert des Gewinns null ist.)




5 BE

### Wahlaufgabe 6 mit Schwerpunkt Stochastik

Beim einmaligen Werfen eines gezinkten Würfels fällt die „Sechs" mit der Wahrscheinlichkeit p. Dieser Würfel wird genau zweimal geworfen.

a) Stellen Sie diesen Sachverhalt in einem vollständig beschrifteten Baumdiagramm dar.

2 BE

b) Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim zweimaligen Werfen genau einmal die „Sechs" fällt, beträgt 45,5 %.

Berechnen Sie die beiden möglichen Werte für die Wahrscheinlichkeit p.

3 BE

Freistaat Thüringen

| | |
|---|---|
| Prüfungstag: | **22. Mai 2025** |
| | **(HAUPTTERMIN)** |
| Prüfungsbeginn: | **08:00 Uhr** |

# BESONDERE LEISTUNGSFESTSTELLUNG

**Schuljahr 2024/2025**

# MATHEMATIK

**Hinweise**
**für die Lehrerinnen und Lehrer**
**zur Korrektur und Bewertung**

## 1 Hinweise zur Korrektur

Die Hinweise enthalten keine vollständigen Lösungen, sondern sind als Orientierungen konzipiert. Nicht genannte, aber im Sinne der Aufgabenstellung gleichwertige Lösungen bzw. Lösungswege sind gleichberechtigt zu werten.
Die den Aufgaben bzw. Teilaufgaben zugeordneten Bewertungseinheiten (BE) sind verbindlich. Es sind nur ganze Bewertungseinheiten zu vergeben.
Wiederholungs- und Folgefehler sind bei der Bewertung angemessen zu berücksichtigen. Das betrifft insbesondere die Prüfung der Sinnhaftigkeit von Ergebnissen sowie eine eventuell resultierende Vereinfachung von Teilschritten.
Sollten mehr als vier Wahlaufgaben bearbeitet worden sein, so werden die vier Aufgaben gewertet, bei denen die meisten Bewertungseinheiten (BE) erreicht wurden.

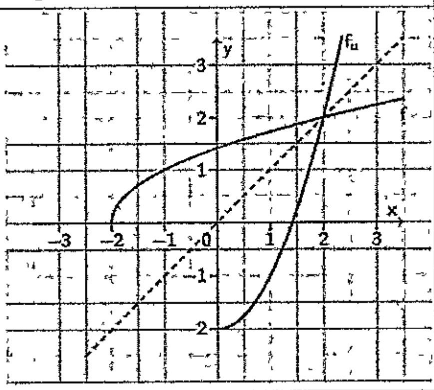
## 2 Hinweise zur Korrektur und Bewertung

Entsprechend der Aufgabenstellung sind in die Bewertung die nachfolgenden Kriterien angemessen einzubeziehen:

- fachliche Richtigkeit und Vollständigkeit in Bezug auf die Aufgabenstellung,
- logische Struktur und Nachvollziehbarkeit der Darstellung,
- äußere Form,
- sprachliche Richtigkeit und korrekte Verwendung der Fachsprache,
- sachgerechte und kritische Nutzung von Materialien

| | **Pflichtaufgabe 1** | Kompetenzen/ Anforderungsbereiche | | | **BE** |
|---|---|---|---|---|---|
| | | AB I | AB II | AB III | |
| 1 a) | Berechnen: $\frac{7}{3}$; 2; $\frac{27}{8}$ | K5 | | | **3** |
| 1 b) | Lösen: $x_1 = 0; x_2 = \frac{3}{4}$ | K5 | | | **2** |
| 2 a) | Zeichnen: Schrägbild | K4 | | | **2** |
| 2 b) | Berechnen: $A_o = A_Q + 4 \cdot A_D; A_o = 96\ \text{cm}^2$ | | K2<br>K5 | | **3** |
| 3 a) | Angeben: $f(x) = \cos(2x); g(x) = -\cos(x) - 3$ | | K4 | | **3** |
| 3 b) | Angeben, z. B.: $h(x) = 2\sin(x) + 3$ | | K4 | | **2** |
| 4 a) | Beschreiben, z. B.: Ziehen ohne Zurücklegen aus einem Gefäß mit fünf Kugeln (genau eine rot) solange bis rote Kugel gezogen wurde | K3<br>K6 | | | **2** |
| 4 b) | Berechnen: $P(A) = \frac{1}{5}, P(B) = \frac{2}{5}$ | | K3<br>K5 | | **3** |
| | | | | | **20** |

| | Pflichtaufgabe 2 | Kompetenzen/ Anforderungsbereiche | | | BE |
|---|---|---|---|---|---|
| | | AB I | AB II | AB III | |
| 1 | Berechnen: $\overline{AC} \approx 9{,}4\ \text{cm}$<br>$A_{ABC} \approx 15{,}3\ \text{cm}^2$; $A_{ACD} \approx 19{,}8\ \text{cm}^2$<br>$A_{ABCD} \approx 35{,}1\ \text{cm}^2$ | | K2<br>K4<br>K5 | | 6 |
| 2 a) | Darstellen: geeignetes Diagramm | | K4 | | 2 |
| 2 b) | Berechnen: $P(E) = \frac{43}{100} \cdot \frac{43}{100} \approx 0{,}1849$<br>$P(F) = \left(\frac{95}{100}\right)^{10} \approx 0{,}5987$ | | K3<br>K5 | | 3 |
| 2 c) | Beschreiben, z. B.:<br>Zwei Spender haben verschiedene Blutgruppen. | | K3<br>K6 | | 2 |
| 3 a) | Ermitteln, z. B.:<br>$q(x) = x^2 + bx$ und $q(-3) = 3$<br>$q(x) = x^2 + 2x$ | | K2<br>K5 | | 2 |
| 3 b) | Angeben: $x_1 = 0$; $x_2 = -2$ | K2 | K5 | | 1 |
| 3 c) | Untersuchen: $x^2 + 2x = g(x)$<br>$a > 0$ 2 Schnittpunkte<br>$a = 0$ 1 Schnittpunkt<br>$a < 0$ kein Schnittpunkt | | K4 | K1<br>K2 | 4 |
| | | | | | 20 |

| | Wahlaufgaben | Kompetenzen/ Anforderungsbereiche | | | BE |
|---|---|---|---|---|---|
| | | AB I | AB II | AB III | |
| 1 | Berechnen:<br>Bank A: $K_{20} = 50000\ € \cdot 1{,}025^{20} \approx 81930{,}82\ €$<br>Bank B: $75000 = 50000 \cdot b^{15}$; $b \approx 1{,}027$<br>$K_{20} = 50000\ € \cdot 1{,}027^{20} \approx 85188{,}09\ €$<br>Vergleichen: Angebot der Bank B ist vorteilhafter. | | K3<br>K5<br>K6 | | 5 |
| 2 a) | Angeben: $P_x(-2\|0)$; $P_y(0\|\sqrt{2})$ | | K5 | | 2 |
| 2 b) | Zeichnen:  | | K4<br>K5 | | 3 |

<table>
<tr><td>3 a)</td><td>Berechnen:<br>$A = 5 \cdot 12{,}5\ \text{m}^2 + \pi \cdot 2{,}5^2\ \text{m}^2 \approx 82{,}1\ \text{m}^2$<br>Begründen:<br>$V_Q = a \cdot b \cdot t$ und $V_Z = \pi \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot t$</td><td></td><td>K1<br>K5</td><td></td><td>3</td></tr>
<tr><td>3 b)</td><td>Ermitteln: Zeitpunkt 16:20 Uhr</td><td></td><td>K3</td><td></td><td>2</td></tr>
<tr><td>4 a)</td><td>Nachweisen: $\overline{ZD} = 25$ cm</td><td></td><td>K4<br>K5</td><td></td><td>2</td></tr>
<tr><td>4 b)</td><td>Berechnen, z. B.:<br>Streckungsfaktor $k = \sqrt{3}$<br>Länge $\overline{ZF} = 25 \cdot \sqrt{3}$ cm $\approx 43{,}3$ cm<br>Länge $\overline{EF} = 10{,}8$ cm</td><td></td><td>K2<br>K5</td><td></td><td>3</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Untersuchen:<table><tr><td>Ereignis</td><td>nur gerade Zahlen</td><td>Summe 7</td></tr><tr><td>P(E)</td><td>$\frac{9}{36}$</td><td>$\frac{6}{36}$</td></tr><tr><td>Gewinn</td><td>2</td><td>-3</td></tr></table>Das Spiel ist fair.</td><td></td><td>K1<br>K3<br>K5<br>K6</td><td></td><td>5</td></tr>
<tr><td>6 a)</td><td>Darstellen: Baumdiagramm</td><td></td><td>K2<br>K4</td><td></td><td>2</td></tr>
<tr><td>6 b)</td><td>Berechnen:<br>$2 \cdot p \cdot (1 - p) = 0{,}455$<br>$p_1 = 0{,}65$<br>$p_2 = 0{,}35$<br>Die Wahrscheinlichkeit, dass beim gezinkten Würfel eine „Sechs“ fällt, beträgt entweder 35 % oder 65 %.</td><td></td><td>K2<br>K5</td><td></td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>20</td></tr>
</table>

## 3 Ermittlung des Gesamtergebnisses

| | | |
|---|---|---|
| sehr gut | (1) | 54 – 60 BE |
| gut | (2) | 45 – 53 BE |
| befriedigend | (3) | 36 – 44 BE |
| ausreichend | (4) | 27 – 35 BE |
| mangelhaft | (5) | 16 – 26 BE |
| ungenügend | (6) | 0 – 15 BE |