
Besondere Leistungsfeststellung Mathematik

- E R S T T E R M I N -

Material für Schülerinnen und Schüler

Allgemeine Arbeitshinweise

Die besondere Leistungsfeststellung besteht aus den Teilen A und B, die innerhalb von **90 Minuten** zu bearbeiten sind.

Tragen Sie auf den Seiten 3 bis 5 des Aufgabenmaterials Ihren Namen und Ihre Klasse ein.

Handelt es sich bei den zugelassenen Hilfsmitteln um Wörterbücher, sind jeweils nichtelektronische und elektronische Wörterbücher zugelassen, sofern sie geschlossene Systeme ohne Möglichkeit der Speichererweiterung sind. Eventuell vorhandene Speicher müssen gesperrt oder gelöscht werden. Internetfähige Hilfsmittel sind ausgeschlossen.

Teil A: Die Aufgaben im Teil A sind auf dem **Aufgabenmaterial** zu lösen.

Zugelassene Hilfsmittel:

- Zeichengeräte
- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- zweisprachiges Wörterbuch für Schülerinnen und Schüler, deren Herkunftssprache nicht oder nicht ausschließlich Deutsch ist (Deutsch-Herkunftssprache/Herkunftssprache-Deutsch)

Im Teil A sind **15 Bewertungseinheiten** (BE) erreichbar.

Der Teil A wird 25 Minuten nach Arbeitsbeginn eingesammelt. Anschließend sind weitere Hilfsmittel zugelassen.

Teil B: **Zugelassene Hilfsmittel:**

- Digitales Hilfsmittel: modulares Mathematiksystem (MMS), das bei seiner Verwendung einen Zugriff auf Netzwerke jeglicher Art nicht zulässt. Es wird außerdem vorausgesetzt, dass das MMS in einen Zustand versetzt wird, in dem ein Zugriff auf Dateien und Programme, die nicht zum Lieferumfang oder zu einem Systemupdate gehören, unterbunden ist.
- Tabellen- und Formelsammlung
- Zeichengeräte
- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- zweisprachiges Wörterbuch für Schülerinnen und Schüler, deren Herkunftssprache nicht oder nicht ausschließlich Deutsch ist (Deutsch-Herkunftssprache/Herkunftssprache-Deutsch)

Im Teil B sind **30 BE** erreichbar.

In den Teilen A und B muss die **Lösungsdarstellung** nachvollziehbar sein.

Schwerwiegende und gehäufte Verstöße gegen die fachliche oder die äußere Form können mit einem Abzug von insgesamt maximal 2 BE geahndet werden.

Name, Vorname: _____	Klasse: _____
Erreichte BE-Anzahl: _____	Note: _____

L E E R S E I T E

Teil A

(ohne Nutzung von Tabellen- und Formelsammlung sowie Taschenrechner)

In den Aufgaben 1 bis 6 ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Antwort richtig. Kreuzen Sie das jeweilige Feld an.

- 1 Der Term
- $a^{\frac{2}{3}}$
- mit
- $a \in \mathbb{R}^+$
- ist äquivalent zum Term:

☐

$\sqrt{a^3}$

☐

$\sqrt[3]{a^2}$

☐

$a^{-\frac{3}{2}}$

☐

$\frac{1}{\sqrt{a^3}}$

☐

$\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}$

1 BE

- 2
- $\frac{1}{10}$
- von
- 2 m^2
- sind:

☐

$0,02 \text{ m}^2$

☐

$0,1 \text{ m}^2$

☐

$1,9 \text{ m}^2$

☐

2 dm^2

☐

20 dm^2

1 BE

- 3 Welche Gleichung beschreibt eine Funktion mit der Nullstelle
- $x_N = 1$
- ?

☐

$f(x) = 2^x - 2$

☐

$f(x) = 2^x - 1$

☐

$f(x) = 2^x$

☐

$f(x) = 2^x + 1$

☐

$f(x) = 2^x + 2$

1 BE

- 4 Für die in
- $\mathbb{R}$
- definierte Funktion
- $f: x \mapsto \frac{1}{2} \cdot \sin(x)$
- gilt:

☐Der Graph von f ist symmetrisch zur y -Achse.☐ f hat den Wertebereich $W_f = \{y \mid y \in \mathbb{R}; -1 \leq y \leq 1\}$.☐Die kleinste Periode von f beträgt $4 \cdot \pi$.☐Im Intervall $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ist f monoton steigend.☐Der Graph von f schneidet die y -Achse im Punkt $\left(0 \mid \frac{1}{2}\right)$.**1 BE**

- 5 Das lineare Gleichungssystem
- $\begin{cases} y = 2 \cdot x - 1 \\ y = 3 \cdot x - 1 \end{cases}$
- besitzt die Lösung:

☐

$x = -1;$
 $y = 0$

☐

$x = 0;$
 $y = 0$

☐

$x = 0;$
 $y = -1$

☐

$x = 2;$
 $y = -1$

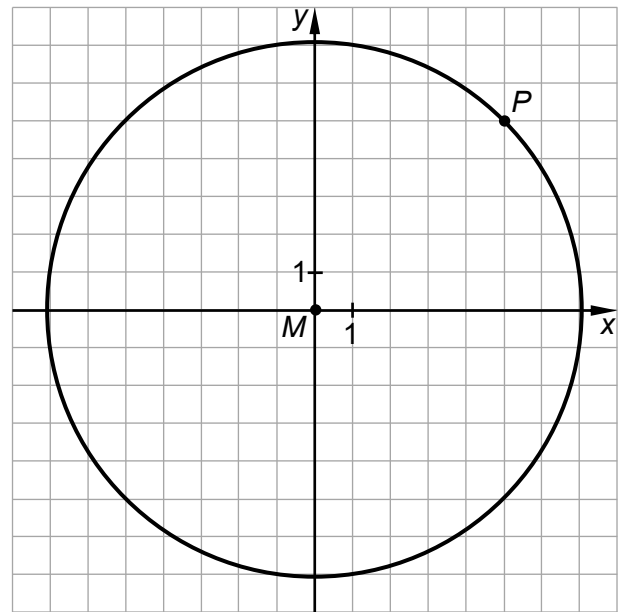
☐

$x = 3;$
 $y = -1$

1 BE**Fortsetzung auf Seite 4**

Fortsetzung Teil A

- 8 In einem Koordinatensystem wird der Kreis betrachtet, dessen Mittelpunkt M im Koordinatenursprung liegt und der durch den Punkt $P(5|5)$ verläuft.



- 8.1 Der Graph der linearen Funktion g verläuft durch M und P .

- 8.1.1 Geben Sie eine Gleichung von g an.

_____ 1 BE

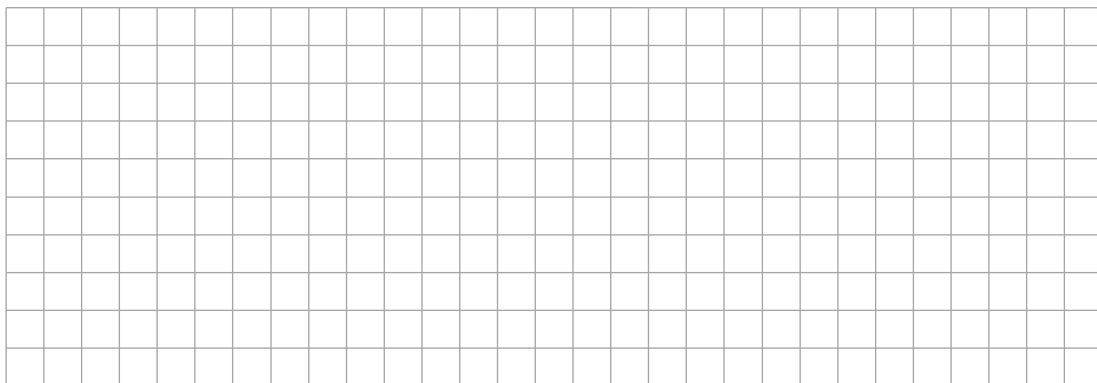
- 8.1.2 Der Halbkreis im ersten und zweiten Quadranten wird vom Graphen von g in zwei Kreissektoren geteilt.

Geben Sie das Verhältnis der Flächeninhalte dieser beiden Kreissektoren an.

_____ 1 BE

- 8.2 Auf dem Kreis liegen zwei weitere Punkte R und Q , sodass gilt: $\sphericalangle QPR = 90^\circ$.

Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{RQ}$.



3 BE

L E E R S E I T E

Teil B

1 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ in ihrem größtmöglichen Definitionsbereich.

1.1 Geben Sie die Polstelle und den Wertebereich von f an.

2 BE

1.2 Bestimmen Sie alle Argumente von f , deren Funktionswert 4 beträgt.

3 BE

1.3 Der Graph von f und die Gerade g mit $g(x) = 2 \cdot x + 5$ haben zwei gemeinsame Punkte. Bestimmen Sie den Abstand dieser beiden Punkte.

3 BE

1.4 Die Funktion h mit $h(x) = \frac{1}{(x+a)^2} + b$ besitzt den Definitionsbereich $D_h = \{x \mid x \in \mathbb{R}; x \neq 2\}$ und den Wertebereich $W_h = \{y \mid y \in \mathbb{R}; y > 3\}$.

Geben Sie die Werte von a und b an.

2 BE

2 Im Parallelogramm $ABCD$ ist der Punkt M Mittelpunkt der Diagonalen AC und BD (siehe Abbildung). Es gilt: $\overline{AC} = 6 \text{ cm}$, $\overline{BD} = 8 \text{ cm}$ und $\sphericalangle DMA = 60^\circ$.

2.1 Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{AD}$.

3 BE

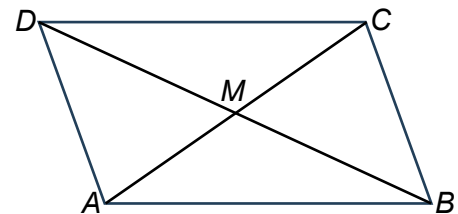


Abbildung (nicht maßstäblich)

2.2 Zeigen Sie, dass die Flächeninhalte der Dreiecke AMD und ABM gleich groß sind.

3 BE

Fortsetzung auf Seite 8

Fortsetzung Teil B

- 3 Die Hansestadt Hamburg zieht jährlich Millionen Touristen aus dem In- und Ausland an.
- 3.1 Im Jahr 2022 hatte Hamburg 14,7 Millionen touristische Übernachtungen zu verzeichnen, 21 % davon entfielen auf internationale Touristen. Der Anteil von Touristen aus Dänemark an diesen internationalen Übernachtungen betrug 12 %.

Ermitteln Sie den prozentualen Anteil der Übernachtungen von Touristen aus Dänemark an den touristischen Übernachtungen.

2 BE

- 3.2 Für Fußgänger und Radfahrer führt ein 426,50 m langer, geradliniger Tunnel unter der Elbe hindurch. Die Abbildung 1 zeigt den Querschnitt des Tunnels, der die Form eines Rechtecks mit aufgesetztem Halbkreis hat. Die beiden Seitenwände und die gewölbte Decke sind auf der gesamten Tunnellänge vollständig gefliest.

Begründen Sie, dass jede Seitenwand 2,20 m hoch ist.

Berechnen Sie den Inhalt der gefliesten Fläche.

5 BE

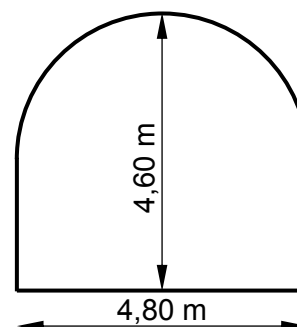


Abbildung 1
(nicht maßstäblich)

- 3.3 Besucher der Elbphilharmonie gelangen mithilfe einer bogenförmigen Rolltreppe vom Eingangsbereich zur Aussichtsebene.

- 3.3.1 Innerhalb von 10 Sekunden wird ein auf der Rolltreppe stehender Besucher um 5 Meter befördert. Die Fahrt vom Eingangsbereich zur Aussichtsebene dauert 2,7 Minuten.

Berechnen Sie die Länge der Rolltreppe.

3 BE

Im Längsschnitt kann die Profillinie der Rolltreppe zwischen den Punkten $E(0|0)$ und $A(75|f(75))$ näherungsweise durch den Graphen der Funktion f mit $f(x) = -\frac{13}{3750} \cdot x^2 + \frac{33}{50} \cdot x$ ($x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 75$) beschrieben werden.

Die Profillinie der über der Rolltreppe befindlichen Decke kann durch den Graphen einer Funktion g beschrieben werden (vgl. Abbildung 2).

Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Meter in Wirklichkeit.

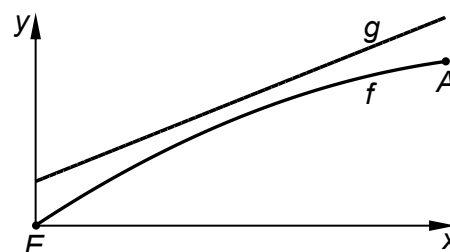


Abbildung 2 (nicht maßstäblich)

- 3.3.2 Ermitteln Sie den Höhenunterschied, der mithilfe der Rolltreppe vom Eingangsbereich zur Aussichtsebene überwunden wird.

2 BE

- 3.3.3 Auf dem Graphen von f existiert ein Punkt $P(x_P|f(x_P))$, für den die Differenz $g(x_P) - f(x_P)$ minimal ist.

Deuten Sie diese minimale Differenz im Sachzusammenhang.

2 BE

Teil A

1, $\sqrt[3]{a^2}$ 2, 20 dm^2 3, $f(x) = 2^x - 2$ 4, Feld 4 5, $x=0, y=-1$

6, Feld 5

7.1 $p_g = p_b = \frac{1}{4}$ $p_r = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Kein Laplace-Experiment

7.2 Gegenereignis: Kein mal gelb

$$\left(1 - \frac{3}{4}\right) = 1 - \frac{27}{64} = \frac{64}{64} - \frac{27}{64} = \frac{37}{64}$$

8.11 $y = x$ 9.12 3:1

8.2 $r = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \Rightarrow d = 2 \cdot 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

Teil B

1.1 $W_f = \{y \in \mathbb{R} \mid y > 0\}$ $x_p = -1$

1.2 $4 = \frac{1}{(x+1)^2} \Rightarrow (x+1)^2 = \frac{1}{4}$

$$x^2 + 2x + 1 = \frac{1}{4}$$

$$x^2 + 2x + \frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \\ &= -1 \pm \sqrt{1 - \frac{3}{4}} \end{aligned}$$

$$= -1 \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2} \quad x_2 = -\frac{3}{2}$$

$$1.3 \quad f(x) = g(x) \quad \frac{1}{(x+1)^2} = 2x+5 \quad \text{CAB: } x_1 = -2 \quad x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$P_1(-2|1) \quad P_2(-\frac{1}{2}|4) \quad d = \sqrt{(-2 - (-\frac{1}{2}))^2 + (1-4)^2} \\ = \frac{3}{2}\sqrt{5}$$

$$1.4 \quad a=-2 \quad b=3 \quad \Rightarrow \quad h(x) = \frac{1}{(x-2)^2} + 3$$

$$2.1 \quad |\vec{AO}| = \sqrt{4^2 + 3^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{13}$$

$$2.2 \quad A_{ABM} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \sin(120^\circ) = 3\sqrt{3} \quad , \quad \sin(60^\circ) = \sin(120^\circ)$$

$$A_{AMD} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \sin(60^\circ) = 3\sqrt{3}$$

$$3.3.1 \quad x = 0,21 \cdot 0,12 = 0,0252 \Rightarrow 2,52\%$$

$$3.2. \quad d = 4,80 \text{ m} \Rightarrow r = 240 \text{ m} \Rightarrow \text{Höhe} = 4,60 - 2,40 = 2,20 \text{ m}$$

$$\text{Fläche Wand } A_1 = 2 \cdot 2,2 \cdot 426,5 = 1876,6 \text{ m}^2$$

$$\text{Fläche Krümmung } A_2 = u \cdot 426,5 = \frac{1}{2} \pi \cdot d \cdot 426,5 = 3215,7342 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow \text{komplette Fläche: } A_g = A_1 + A_2 = 5092,2342 \text{ m}^2$$

$$3.3.1 \quad 2,7 \text{ min} = 162 \text{ s} \quad \Rightarrow \quad 5 \text{ m} = 10 \text{ s}$$

$$\underline{81 \text{ m} = 162 \text{ s}}$$

$$3.3.2 \quad p(75) = 30 \text{ m}$$

3.3.3 kleiner zukrechter Abstand zwischen f und g .

Besondere Leistungsfeststellung Mathematik

- E R S T T E R M I N -

Hinweise für Lehrkräfte

Allgemeine Arbeitshinweise

Die besondere Leistungsfeststellung besteht aus den Teilen A und B, die innerhalb von 90 Minuten zu bearbeiten sind.

Die Aufgaben im Teil A sind auf dem Aufgabenmaterial zu lösen.

In den Teilen A und B muss die Lösungsdarstellung nachvollziehbar sein.

Zum organisatorischen Ablauf

Die Schülerinnen und Schüler erhalten vor Beginn der Arbeitszeit das vollständige „Material für Schülerinnen und Schüler“. Der Teil A wird 25 Minuten nach Arbeitsbeginn eingesammelt. Nach dem Einsammeln des Teils A wird die Zulassung weiterer Hilfsmittel mitgeteilt.

Zur Bewertung

Der vorgegebene Bewertungsmaßstab ist verbindlich. Es werden nur ganze Bewertungseinheiten (BE) erteilt. Für richtig vollzogene Teilschritte, in die falsche Zwischenergebnisse eingegangen sind, wird die vorgesehene BE-Anzahl erteilt; es sei denn, die Teilschritte haben sich durch die vorher begangenen Fehler wesentlich vereinfacht oder das Ergebnis ist nicht sinnvoll.

Wenn in der „Verteilung der BE“ exakte Werte angegeben werden, so wird die volle Anzahl der BE auch dann erteilt, wenn die Schülerin/der Schüler einen Näherungswert angibt.

Schwerwiegende und gehäufte Verstöße gegen die fachliche oder die äußere Form können mit einem Abzug von insgesamt maximal 2 BE geahndet werden. Bei Konstruktionen sind die Maßgenauigkeiten ± 1 mm für Streckenlängen und $\pm 2^\circ$ für Winkelgrößen einzuhalten.

Orientierung an den Bildungsstandards

Um die Orientierung an den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004 und vom 04.12.2003 i.d.F. vom 23.06.2022; siehe https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-ESA-MSA-Mathe.pdf) zu verdeutlichen, werden im Erwartungsbild den Aufgaben die hauptsächlich angesprochenen allgemeinen mathematischen Kompetenzen zugeordnet:

K1/K2	Mathematisch argumentieren/Kommunizieren
K3/K4	Probleme mathematisch lösen/Mathematisch modellieren
K5/K6	Mathematisch darstellen/Mit mathematischen Objekten umgehen

Verteilung der BE und Notenskala

Aufgabe	Vorgaben für die Bewertung		Kompetenzen		
			K1/K2	K3/K4	K5/K6
A1-A6	je richtige Antwort 1 BE: Felder 2, 5, 1, 4, 3, 5	6 BE	X	X	X
A7.1	Begründung	1 BE	X		
A7.2	Ansatz (2 BE), Wahrscheinlichkeit: $\frac{37}{64}$	3 BE		X	
A8.1.1	$g(x) = x$	1 BE		X	
A8.1.2	Verhältnis: 3:1	1 BE	X	X	
A8.2	Ansatz (2 BE), $\overline{RQ} = 10 \cdot \sqrt{2}$	3 BE		X	
Teil A gesamt		15 BE			
B1.1	Polstelle: $x_p = -1$, Wertebereich: $W_f = \{y \mid y \in \mathbb{R}; y > 0\}$	2 BE			X
B1.2	Ansatz, $x = -\frac{3}{2} \vee x = -\frac{1}{2}$	3 BE		X	X
B1.3	Ansatz (2 BE), Abstand: $\frac{3}{2} \cdot \sqrt{5}$	3 BE		X	X
B1.4	$a = -2$, $b = 3$	2 BE		X	
Teil B1 gesamt		10 BE			
B2.1	Ansatz (2 BE); $\overline{AD} = \sqrt{13} \text{ cm}$	3 BE		X	X
B2.2	Nachweis	3 BE	X		
Teil B2 gesamt		6 BE			
B3.1	Ansatz; 2,52 %	2 BE		X	
B3.2	Begründung (2 BE), Ansatz (2 BE); Inhalt der gefliesten Fläche: ca. 5092 m ²	5 BE	X	X	X
B3.3.1	Ansatz (2 BE); Länge der Rolltreppe: 81 m	3 BE		X	
B3.3.2	Ansatz; Höhenunterschied: 30 m	2 BE		X	
B3.3.3	Die minimale Differenz entspricht der kleinsten vertikalen Entfernung zwischen Rolltreppe und Decke.	2 BE		X	X
Teil B3 gesamt		14 BE			
Besondere Leistungsfeststellung gesamt		<u>45 BE</u>			

Für die besondere Leistungsfeststellung wird eine Note gemäß nachstehender Skala erteilt:

Anzahl der erreichten BE	ab 41	34 bis 40	27 bis 33	18 bis 26	9 bis 17	bis 8
zu erteilende Note	1 (sehr gut)	2 (gut)	3 (befriedigend)	4 (ausreichend)	5 (mangelhaft)	6 (ungenügend)

Die erteilte Note fließt mit dem doppelten Gewicht einer Klassenarbeit in die Ermittlung der Zeugnisnote ein (SOGYA § 27 Abs. 2).