

Auswahlentscheidung (Prüfungsteil 1)

Aus den Wahlaufgaben zu Niveau 1 (Aufgabe 4, 5 und 6) und Niveau 2 (Aufgabe 7, 8 und 9) muss **jeweils eine** Aufgabe durch Ankreuzen ausgewählt werden. Nur die ausgewählten Wahlaufgaben (und die Pflichtaufgaben) werden bewertet.

Ich wähle verbindlich aus:

Niveau 1: ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 (ein Kreuz)

Niveau 2: ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 (ein Kreuz)

Unterschrift des Prüflings: _____

Pflichtaufgaben – Niveau 1**1 Analysis (Pflichtaufgabe – Niveau 1)**

Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte ganzrationale Funktion f mit $f(x) = 4x^3 - 6x$.

1.1 Bestimmen Sie die Stammfunktion F von f , deren Graph durch den Punkt $(1|0)$ verläuft. (3 BE)

1.2 Begründen Sie ohne zu rechnen, dass $\int_{-3}^3 f(x) dx = 0$ ist. (2 BE)

2 Lineare Algebra/Analytische Geometrie (Pflichtaufgabe – Niveau 1)

Gegeben sind die Punkte $P(0|-1|1)$ und $Q(2|5|3)$.

2.1 Durch Spiegelung des Punktes P am Punkt Q entsteht der Punkt P' .
Ermitteln Sie die Koordinaten von P' . (2 BE)

2.2 Die Ebene E hat die Gleichung $E: x_1 + 3x_2 + x_3 = 20$.
Weisen Sie nach, dass Q in E liegt und der Vektor \overrightarrow{PQ} ein Normalenvektor von E ist. (3 BE)

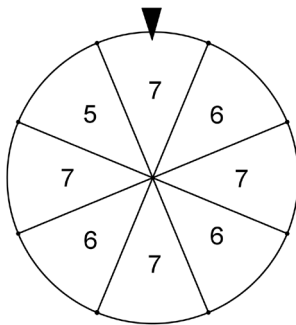
3 Stochastik (Pflichtaufgabe – Niveau 1)

Ein Glücksrad mit acht gleich großen Sektoren ist wie im Material abgebildet beschriftet.
Das Glücksrad wird zweimal gedreht.

- 3.1 Interpretieren Sie den Term $\left(\frac{3}{8}\right)^2$ im Sachzusammenhang.

(2 BE)

- 3.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der erzielten Zahlen ungerade ist.

(3 BE)**Material**

Wahlaufgaben – Niveau 1

Wählen Sie **eine** der drei folgenden Wahlaufgaben 4, 5 und 6 aus.

4 Analysis (Wahlaufgabe – Niveau 1)

Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{8}x^2 - 1$.

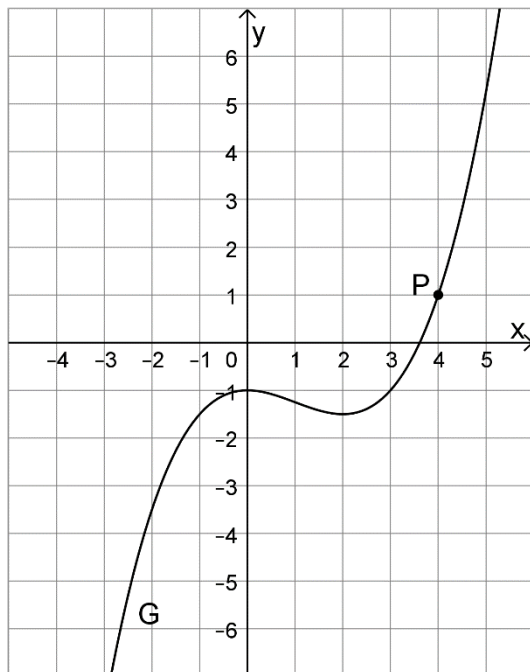
Das Material zeigt den Graphen G von f . Die Tangente an G im Punkt $P(4|1)$ wird mit t bezeichnet.

- 4.1 Bestimmen Sie rechnerisch eine Gleichung von t .

(3 BE)

- 4.2 Es gibt genau eine weitere Tangente an G , die parallel zu t verläuft. Skizzieren Sie diese im Material.

(2 BE)

Material

5 Lineare Algebra/Analytische Geometrie (Wahlaufgabe – Niveau 1)

Gegeben ist die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit $s \in \mathbb{R}$.

- 5.1 Zeigen Sie, dass der Punkt $P(4|3|3)$ nicht auf g liegt.
Geben Sie die Koordinaten eines Punktes Q an, der auf g liegt und sich nur in einer Koordinate von P unterscheidet.

(3 BE)

- 5.2 Die Gerade h verläuft parallel zur y -Achse und schneidet g im Punkt $(8|3|-3)$.
Untersuchen Sie, ob g und h senkrecht zueinander verlaufen.

(2 BE)**6 Stochastik (Wahlaufgabe – Niveau 1)**

In einer Schwimmgruppe, zu der 20 Kinder gehören, haben 9 Kinder das Schwimmbzeichen Bronze.

- 6.1 Zwei Kinder der Schwimmgruppe werden zufällig ausgewählt.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese beiden Kinder das Schwimmbzeichen Bronze haben.

(2 BE)

- 6.2 Geben Sie die Bedeutung des folgenden Terms im Sachzusammenhang an:

$$\frac{\binom{9}{2} \cdot \binom{11}{4}}{\binom{20}{6}}$$

(3 BE)

Wahlaufgaben – Niveau 2

Wählen Sie **eine** der drei folgenden Wahlaufgaben 7, 8 und 9 aus.

7 Analysis (Wahlaufgabe – Niveau 2)

Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte Funktion f durch $f(x) = (2x - 8) \cdot e^{5-x}$.

- 7.1 Berechnen Sie die Koordinaten des einzigen Extrempunktes $E(x_E | f(x_E))$ des Graphen von f .
Die Untersuchung der notwendigen Bedingung ist dabei ausreichend.

(4 BE)

- 7.2 Es gilt: $f'(x_E - 1) > 0$ und $f'(x_E + 1) < 0$.

Erläutern Sie, was dies für den Extrempunkt aus Aufgabe 7.1 bedeutet.

(1 BE)

8 Lineare Algebra/Analytische Geometrie (Wahlaufgabe – Niveau 2)

Die Ebene E wird durch die Gleichung $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $r, s \in \mathbb{R}$ beschrieben.

- 8.1 Zeigen Sie, dass der Vektor $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ senkrecht zur Ebene E steht.

(2 BE)

- 8.2 Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes P mit folgender Eigenschaft:
Wird der Punkt P an der Ebene E gespiegelt, so hat der entstehende Punkt vom Punkt P den Abstand 20.

(3 BE)

9 Stochastik (Wahlaufgabe – Niveau 2)

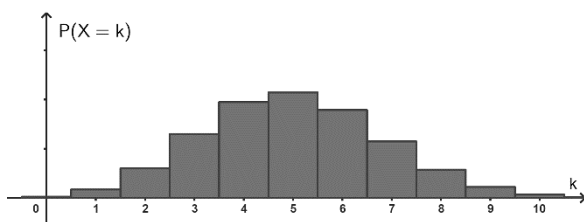
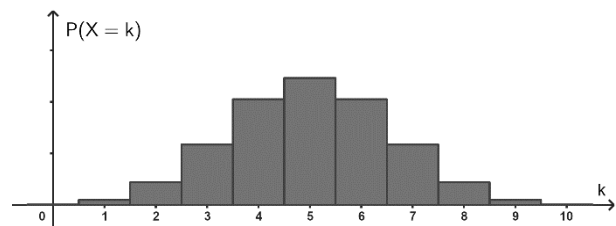
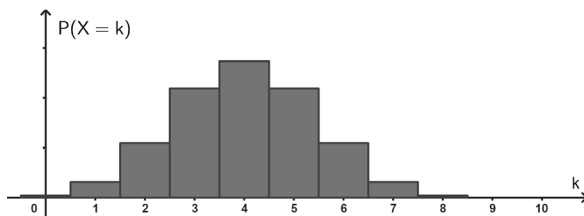
Eine faire Münze wird zehnmal geworfen. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der gefallen Wappen bei den zehn Würfeln. Eine der drei im Material abgebildeten Wahrscheinlichkeitsverteilungen stellt die Verteilung der Zufallsgröße X dar.

- 9.1 Entscheiden Sie begründet, welche beiden Wahrscheinlichkeitsverteilungen im Material nicht die Verteilung der Zufallsgröße X darstellen.

(2 BE)

- 9.2 Es gilt: $P(X \leq 3) \approx 0,17$.

Berechnen Sie $P(4 \leq X \leq 6)$ und erläutern Sie Ihren Ansatz.

(3 BE)**Material****Wahrscheinlichkeitsverteilung 1****Wahrscheinlichkeitsverteilung 2****Wahrscheinlichkeitsverteilung 3**

Analysis

In der Nähe einer Schule soll ein Bike- und Skatepark entstehen. Damit die verwendeten Elemente belastbar sind, werden sie aus Leichtbeton gefertigt.

Ein 2,75 m breites und 1,4 m tiefes Element (Material 1) wird in einer Betonfabrik vorgefertigt und soll dann mithilfe eines LKWs transportiert werden.

In einem mathematischen Modell kann die obere Profillinie des Elements durch den im Intervall $[0; 2,75]$ gelegenen Ausschnitt des Graphen der Funktion f mit $f(x) = -0,24x^3 + 1,44x^2 - 2,16x + 1,76$ (x und $f(x)$ in Metern) beschrieben werden (Material 2). Betrachtet man eine zur x -Achse orthogonale Schnittfläche des mathematischen Körpers, der das Element beschreibt, so handelt es sich stets um ein Rechteck.

Aufgaben

- 1.1 Berechnen Sie den kleinsten und den größten Funktionswert der Funktion f im Intervall $[0; 2,75]$. Die Funktionsgleichung der zweiten Ableitungsfunktion $f''(x) = -1,44x + 2,88$ kann ohne Herleitung verwendet werden.

(6 BE)
- 1.2 Zeigen Sie, dass die Funktion f bei $x = 2$ eine Wendestelle besitzt. Für den Winkel α gilt: $\tan(\alpha) = f'(2)$. Bestimmen Sie α und deuten Sie den Winkel im Sachzusammenhang.

(4 BE)
- 1.3 Bestimmen Sie unter Angabe einer geeigneten Stammfunktion den Flächeninhalt A des Elements in der Seitenansicht (Material 1).

(3 BE)
- 1.4 Für den Transport des Elements wird ein LKW mit integriertem Ladekran verwendet (Material 3). Die maximale Masse, welche der Ladekran heben kann, bezeichnet man als maximale Hubkapazität. Diese ist davon abhängig, in welcher Entfernung von der Ladefläche ein Element gehoben werden muss. In Material 3 sind hierzu einige Wertepaare angegeben. Bestimmen Sie das Volumen und die Masse des betrachteten Elements in kg, wenn bekannt ist, dass 1 m^3 des verwendeten Leichtbetons 695 kg wiegt. Entscheiden Sie begründet, bis zu welcher näherungsweisen Entfernung von der Ladefläche das Element mithilfe des Ladekrans gehoben werden kann.

(3 BE)

**Mathematik
Grundkurs (CAS)****Thema und Aufgabenstellung
Prüfungsteil 2 – Vorschlag B1**

Im Folgenden soll für das Volumen des Elements der gerundete Wert $4,5 \text{ m}^3$ verwendet werden.

- 1.5 Zum Schutz während des Transports werden an allen Seitenwänden des Elements Platten mit einer Höhe von jeweils 2 m angebracht, sodass ein nach oben offener Quader entsteht.

- 1.5.1 Aufgrund mehrerer Unwetter sammelt sich auf dem Element bis zur Oberkante der angebrachten Platten Wasser.

Bestimmen Sie das Volumen W des Wassers, das sich so angesammelt hat, in m^3 .

(2 BE)

- 1.5.2 Durch ein kleines Bohrloch in einer der Platten, das sich im Modell in der Nähe des Tiefpunkts des Graphen von f befindet, wird zur Gewichtsreduktion Wasser abgelassen.

Die Abflussrate des Wassers kann innerhalb der ersten Minuten mithilfe der Funktion v mit

$v(t) = \frac{2}{t+2}$ beschrieben werden (t in Minuten ab dem Zeitpunkt, zu dem das Ablassen des

Wassers beginnt; $v(t)$ in m^3 pro Minute).

Geben Sie den Wert k mit $k > 0$ an, für den die Gleichung $\int_0^k v(t) dt = W$ erfüllt ist.

Erläutern Sie die Bedeutung dieser Gleichung im Sachzusammenhang.

[Hinweis: Sollten Sie das Volumen W in Aufgabe 1.5.1 nicht bestimmt haben, verwenden Sie stattdessen den Ersatzwert $W = 3 \text{ m}^3$.]

(3 BE)

- 2.1 Gegeben ist eine weitere Funktion g mit $g(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ (a , b , c und d seien dabei reelle Parameter).

Der Graph der Funktion g soll punktsymmetrisch zum oberhalb des Ursprungs gelegenen Punkts $P(0|1)$ verlaufen und g eine Funktion dritten Grades sein.

Geben Sie die Bedingungen an, welche die Parameter a , b , c und d erfüllen müssen.

(2 BE)

- 2.2 Für die Funktion f aus Aufgabe 1 gilt für jede beliebige reelle Zahl h die folgende Gleichung:
 $f(2) - f(2-h) = f(2+h) - f(2)$

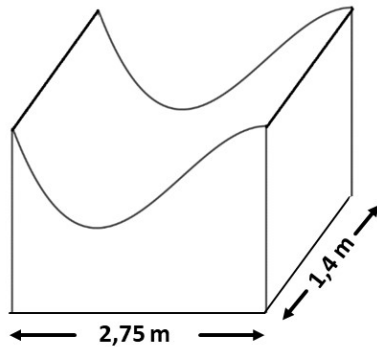
Beschreiben Sie die geometrische Bedeutung dieser Gleichung.

(2 BE)

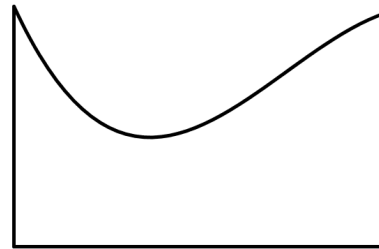
Material 1

Schräg- und Seitenansicht des Leichtbetonelements

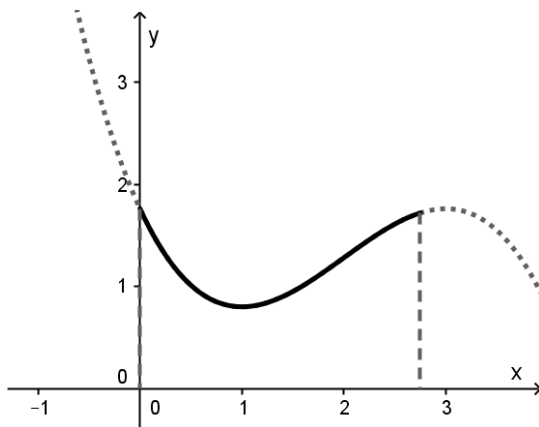
Schrägansicht:



Seitenansicht:

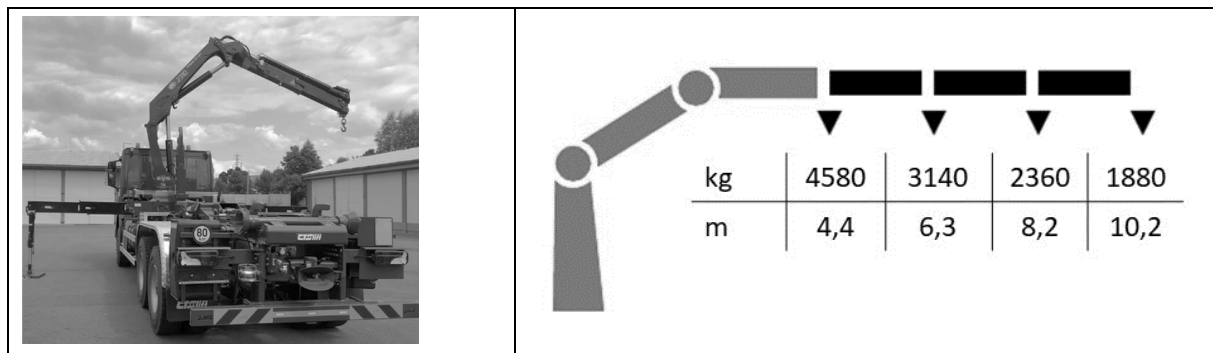


Material 2

Graph der Funktion f 

Material 3

Darstellung des Ladekrans sowie der entfernungsabhängigen Hubkapazität



basierend auf URL: <https://de.hmfcranes.com/produkte/ladekrane/typ-des-kranes/knickarmkrane-k/2310k-rcs> (abgerufen am 21.02.2024).

Analysis**Aufgaben**

- 1 Um Regenwasser zu speichern, wird es kontrolliert in ein unterirdisches Auffangbecken geleitet, das ein Fassungsvermögen von 800 m^3 hat.
Für ein bestimmtes Regenereignis wird das Volumen des Regenwassers im Auffangbecken für $0 \leq x \leq 5$ modellhaft durch die in \mathbb{R} definierte Funktion v mit $v(x) = -\frac{5}{2}x^4 + \frac{50}{3}x^3 + 190$ beschrieben. Dabei ist x die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Stunden und $v(x)$ das Wasservolumen in Kubikmetern.
- 1.1 Zeigen Sie, dass zu Beobachtungsbeginn das Wasservolumen im Auffangbecken 190 m^3 beträgt, und bestimmen Sie das Volumen des Wassers, das in den ersten 1,5 h nach Beobachtungsbeginn in das Auffangbecken fließt.

(3 BE)

Betrachtet wird außerdem die in \mathbb{R} definierte Funktion r mit $r(x) = 10x^2 \cdot (5 - x)$.

- 1.2 Zeigen Sie, dass die momentane Änderungsrate des Volumens des Wassers im Auffangbecken in $\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ für den betrachteten Zeitraum durch r beschrieben werden kann.
- 1.3 Weisen Sie anhand des gegebenen Terms von r nach, dass für den durch $0 < x < 5$ beschriebenen Zeitraum das Volumen des Wassers im Auffangbecken zu jedem Zeitpunkt zunimmt.
- 1.4 Es wird geplant, zwei Stunden nach Beobachtungsbeginn eine Pumpe einzuschalten, die Wasser aus dem Auffangbecken mit einer konstanten Rate von $100 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ abpumpt.

(3 BE)**(3 BE)**

Die momentane Zuflussrate des Regenwassers in das Auffangbecken wird dabei weiterhin durch r beschrieben.

Eine Lösung t der folgenden Gleichung hat im Sachzusammenhang eine Bedeutung.

$$190 + \int_0^2 r(x) dx + \int_2^t (r(x) - 100) dx = 400$$

Geben Sie diese Bedeutung von t an und erläutern Sie den Aufbau der Gleichung in Bezug auf diese Bedeutung.

(5 BE)

Mathematik
Grundkurs (CAS)**Thema und Aufgabenstellung**
Prüfungsteil 2 – Vorschlag B2

- 2 Gegeben sind die in \mathbb{R} definierte Funktion f mit $f(x) = x^2 \cdot (x - 5)^2$ und die Stelle

$$x_w = \frac{15 - 5\sqrt{3}}{6}.$$

- 2.1 Weisen Sie rechnerisch nach, dass x_w eine Wendestelle von f ist.

(3 BE)

- 2.2 Es gibt im ersten Quadranten ein Flächenstück, das von der y -Achse, dem Graphen von f und der Gerade parallel zur x -Achse, die durch den Wendepunkt $(x_w | f(x_w))$ verläuft, eingeschlossen wird.

Bestimmen Sie den Inhalt dieses Flächenstücks.

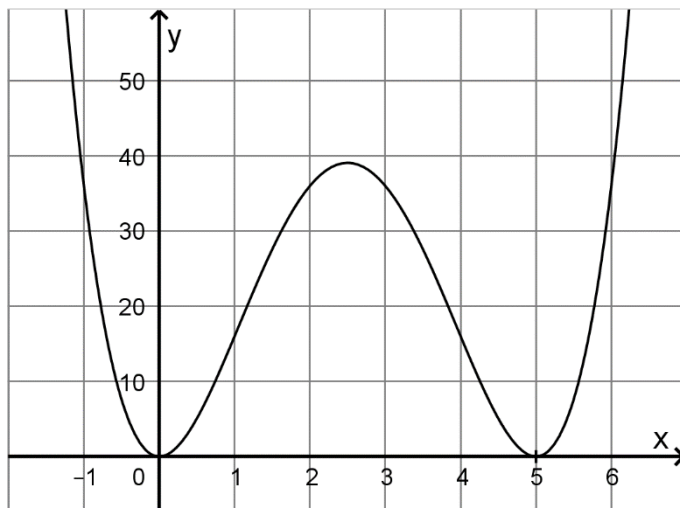
(3 BE)

- 2.3 Das Material zeigt den Graphen von f . Die Punkte $A(u|f(u))$, $B(1|0)$, $C(4|0)$ und $D(5-u|f(5-u))$ sind für jeden Wert von u mit $0 < u < 2,5$ die Eckpunkte eines symmetrischen Trapezes.

Skizzieren Sie das symmetrische Trapez für $u = 1,5$ in das Material.

Ermitteln Sie einen Term, der den Flächeninhalt des symmetrischen Trapezes in Abhängigkeit von u angibt.

(5 BE)

Material

Lineare Algebra/Analytische Geometrie**Aufgaben**

Betrachtet wird ein gerades Prisma mit den Eckpunkten A, B, C, D, E und F. Seine Grundfläche ist das Dreieck ABC. Es gilt: $A(-2|0|0)$, $B(2|0|0)$, $C(0|8|0)$, $D(-2|0|4)$, $E(2|0|4)$, $F(0|8|4)$

- 1.1 Material 1 zeigt die Kante \overline{BC} des Prismas.
Zeichnen Sie das Prisma in Material 1 ein und berechnen Sie das Volumen des Prismas. **(5 BE)**
- 1.2 Die Seitenfläche BCFE liegt in der Ebene H. Bestimmen Sie eine Gleichung von H in Koordinatenform.
[zur Kontrolle: $4x_1 + x_2 = 8$] **(3 BE)**
- 1.3 Die Ebene H liegt parallel zu einer der drei Koordinatenachsen.
Geben Sie diese Achse an und begründen Sie Ihre Angabe anhand der Gleichung dieser Ebene. **(2 BE)**

- 2 Im Folgenden wird die Gerade g mit der Gleichung $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$, betrachtet.

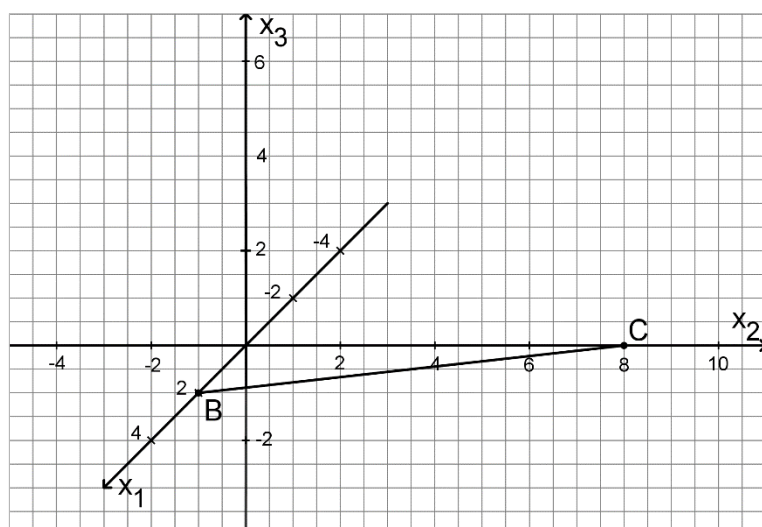
Des Weiteren wird der Punkt F durch den Punkt $F_t(0|t|12-t)$ mit $0 < t \leq 8$ ersetzt.

Für jeden Wert von t liegt der Punkt F_t auf der Gerade g (Material 2).

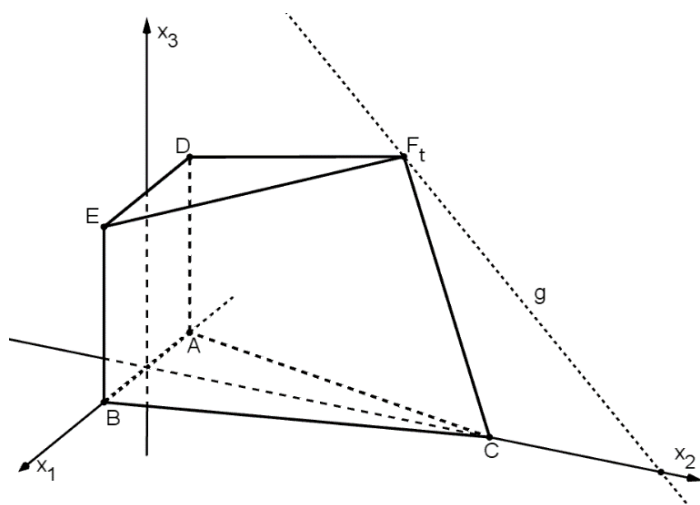
Mit M wird der Mittelpunkt der Basis \overline{DE} des gleichschenkligen Dreiecks EF_tD bezeichnet.

- 2.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass für $t = 4$ die Strecke $\overline{MF_t}$ senkrecht auf der Gerade g steht. **(2 BE)**
- 2.2 Begründen Sie ohne Rechnung, dass der Flächeninhalt des Dreiecks EF_tD für $t = 4$ am kleinsten ist. **(3 BE)**

Material 1



Material 2



Stochastik

Die Wintersportart Biathlon kombiniert Skilanglauf und Schießen, wobei ein Teil der Schüsse im Liegen absolviert wird und der restliche Teil im Stehen. Bei jedem Schuss wird unterschieden, ob ein Treffer erzielt wird oder nicht.

Aufgaben

- 1 An einem bestimmten Tag trainiert ein Biathlet Schüsse im Stehen. Zunächst schießt er mit Ruhepuls und erzielt bei 120 Schüssen 84 Treffer. Nach einer Laufeinheit schießt er mit leicht erhöhtem Puls und erzielt bei 80 Schüssen 62 Treffer. Betrachtet werden die Ereignisse
R: Der Biathlet schießt mit Ruhepuls.
T: Der Biathlet erzielt einen Treffer.
 - 1.1 Stellen Sie für den beschriebenen Sachzusammenhang die absoluten Häufigkeiten in einer Vierfeldertafel dar.
(3 BE)
 - 1.2 Beschreiben Sie das Ereignis $R \cap \bar{T}$ im Sachzusammenhang.
(2 BE)
 - 1.3 Beurteilen Sie die folgende Aussage: „Mit Ruhepuls erzielt der Biathlet einen höheren Anteil an Treffern als mit leicht erhöhtem Puls.“
(3 BE)
- 2 Bei einer Biathlonwettkampfform sind die Schüsse entsprechend der folgenden Übersicht zu absolvieren:
Nach der 1. Laufrunde: 5 Schüsse im Liegen
Nach der 2. Laufrunde: 5 Schüsse im Stehen
Nach der 3. Laufrunde: 5 Schüsse im Liegen
Nach der 4. Laufrunde: 5 Schüsse im Stehen
Es kann davon ausgegangen werden, dass eine bestimmte Biathletin im Liegen mit der Wahrscheinlichkeit $p_1 = 0,85$ und im Stehen mit der Wahrscheinlichkeit $p_2 = 0,78$ einen Treffer erzielt.
 - 2.1 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A und B und erläutern Sie, warum man im gegebenen Sachzusammenhang die Verwendung von konstanten Wahrscheinlichkeiten p_1 bzw. p_2 infrage stellen könnte.
A: Die Biathletin erzielt bei den insgesamt 10 Schüssen im Stehen genau 7 Treffer.
B: Die Biathletin erzielt bei den insgesamt 10 Schüssen im Liegen höchstens 8 Treffer.
(5 BE)
 - 2.2 Formulieren Sie ein Ereignis E, dessen Wahrscheinlichkeit sich durch folgenden Term berechnen lässt: $P(E) = \left(\sum_{i=4}^5 \binom{5}{i} \cdot 0,85^i \cdot 0,15^{5-i} \right)^2 \cdot \left(\sum_{i=0}^3 \binom{5}{i} \cdot 0,78^i \cdot 0,22^{5-i} \right)^2$
(2 BE)

Deckblatt

I Hinweise für den Prüfling

Bearbeitungszeit: 285 Minuten

Prüfungsteil 1: ca. 80 bis max. 100 Minuten

Prüfungsteil 2: ca. 205 Minuten

Alle Aufgabenvorschläge werden zu Beginn der Prüfung bereitgestellt. Die angegebene Aufteilung der Bearbeitungszeit auf die beiden Prüfungsteile hat lediglich Empfehlungscharakter. Der Prüfling entscheidet selbst, wann er Vorschlag A und die Bearbeitung von Vorschlag A abgibt, spätestens jedoch nach **100 Minuten**. Anschließend erhält der Prüfling die zusätzlichen Hilfsmittel für Prüfungsteil 2.

Erlaubte Hilfsmittel

1. ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
2. eine Liste der fachspezifischen Operatoren

nur für Prüfungsteil 2 zusätzlich:

3. ein computeralgebrafähiger Taschencomputer/Computeralgebrasystem auf einem PC (CAS)
4. eine eingeführte, gedruckte Formelsammlung eines Schulbuchverlags

II Auswahlentscheidung (vom Prüfling auszufüllen)

Name: _____ Vorname: _____

Prüferin/Prüfer: _____ Datum: _____

Vorschlag A (Prüfungsteil 1) ist ein Pflichtvorschlag. Die Auswahl der Teilaufgaben in Prüfungsteil 1 wird direkt auf dem Vorschlag dokumentiert.

Wählen Sie aus der Aufgabengruppe B **einen** von den zwei Ihnen vorliegenden Vorschlägen zur Bearbeitung aus. Die Vorschläge C und D sind Pflichtvorschläge.

Ich wähle verbindlich aus:

Prüfungsteil 2: ☐ B1 ☐ B2
☒ C
☒ D

Unterschrift des Prüflings: _____

I Erläuterungen

Voraussetzungen gemäß KCGO und Abiturerlass in der für den Abiturjahrgang geltenden Fassung

Standardbezug

Die nachfolgend ausgewiesenen Kompetenzbereiche sind für die Bearbeitung der jeweiligen Aufgabe besonders bedeutsam. Darüber hinaus können weitere, hier nicht ausgewiesene Kompetenzbereiche für die Bearbeitung der Aufgabe nachrangig bedeutsam sein, zumal die Kompetenzbereiche in engem Bezug zueinander stehen. Die Operationalisierung des Standardbezugs erfolgt in Abschnitt II.

Aufgabe	Kompetenzbereiche					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
1.1		X			X	
1.2	X			X		X
2.1	X	X			X	
2.2	X	X			X	
3.1			X			X
3.2		X	X		X	
4.1		X			X	
4.2		X		X		
5.1	X	X			X	
5.2	X	X			X	
6.1		X	X		X	
6.2			X	X		X
7.1		X			X	
7.2	X			X		X
8.1	X				X	
8.2	X	X			X	
9.1	X			X		X
9.2	X	X		X		

Inhaltlicher Bezug

Q1: Analysis II

Q2: Lineare Algebra/Analytische Geometrie

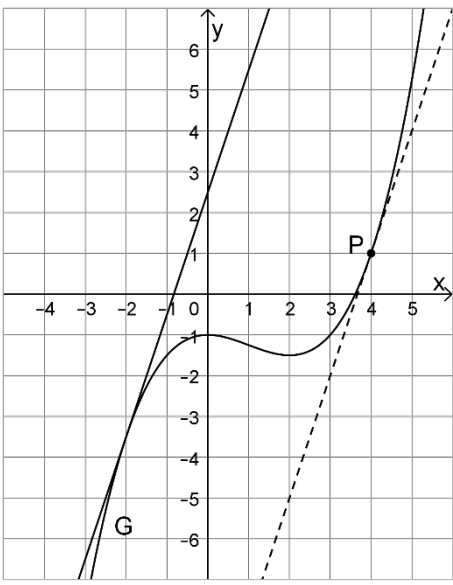
Q3: Stochastik

verbindliche Themenfelder: Einführung in die Integralrechnung (Q1.1); Anwendungen der Integralrechnung (Q1.2); Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung (Q1.3); Funktionenscharen (Q1.4); Lineare Gleichungssysteme (Q2.1); Orientieren und Bewegen im Raum (Q2.2); Geraden und Ebenen im Raum (Q2.3); Vertiefung der Analytischen Geometrie (Q2.6); Grundlegende Begriffe der Stochastik (Q3.1); Berechnung von Wahrscheinlichkeiten (Q3.2); Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Q3.3); Hypothesentests (für binomialverteilte Zufallsgrößen) (Q3.4)

II Lösungshinweise und Bewertungsraster

In den nachfolgenden Lösungshinweisen sind alle wesentlichen Gesichtspunkte, die bei der Bearbeitung der einzelnen Aufgaben zu berücksichtigen sind, konkret genannt und diejenigen Lösungswege aufgezeigt, welche die Prüflinge erfahrungsgemäß einschlagen werden. Lösungswege, die von den vorgegebenen abweichen, aber als gleichwertig betrachtet werden können, sind ebenso zu akzeptieren.

Aufg.	erwartete Leistungen	BE
1.1	$F(x) = x^4 - 3x^2 + c$; $c \in \mathbb{R}$ $F(1) = 0 \Leftrightarrow 1 - 3 \cdot 1 + c = 0 \Leftrightarrow c = 2$ (Somit gilt: $F(x) = x^4 - 3x^2 + 2$)	3
1.2	Das Intervall $[-3;3]$ ist symmetrisch zu 0 und der Graph von f ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung, da der Term von f nur Potenzen von x mit ungeraden Exponenten enthält. (Somit ist im betrachteten Intervall der Inhalt der oberhalb der x -Achse gelegenen Fläche zwischen dem Graphen von f und der x -Achse genauso groß wie der Inhalt der entsprechenden unterhalb der x -Achse gelegenen Fläche. Das betrachtete Integral hat als Flächenbilanz daher den Wert Null).	2
2.1	$\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ 5 \end{pmatrix}$ (P'(4 11 5))	2
2.2	Wegen $2 + 3 \cdot 5 + 3 = 20$ liegt Q in E . $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ ist kollinear zum Normalenvektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ von E (denn es gilt: $\overrightarrow{PQ} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$).	3
3.1	Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass bei zweimaligem Drehen des Glücksrads zweimal die Zahl 6 erzielt wird.	2
3.2	$\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{8} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{30}{64}$ alternativ: $\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{8} \cdot 2 + \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{8} \cdot 2 = \frac{30}{64}$	3
4.1	$f'(x) = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x$ Gleichung der Tangente: $y = mx + b$ $m = f'(4) = 3$ $b = 1 - 3 \cdot 4 = -11$ (t: $y = 3x - 11$)	3

Aufg.	erwartete Leistungen	BE
4.2		2
5.1	<p>Aus dem Ansatz $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ folgt in der ersten Koordinate $s = 1$ und in der dritten Koordinate $s = 2$. (Somit liegt P nicht auf g.) $Q(4 3 0)$ alternativ: $Q(0 3 3)$</p>	3
5.2	<p>$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ist ein Richtungsvektor von h. Wegen $\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$ verlaufen g und h senkrecht zueinander.</p>	2
6.1	$\frac{9}{20} \cdot \frac{8}{19} = \frac{72}{380}$	2
6.2	<p>Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass in einer zufälligen Auswahl von sechs Kindern der Schwimmgruppe zwei Kinder das Schwimmabzeichen Bronze haben.</p>	3
7.1	<p>$f'(x) = 2 \cdot e^{5-x} - (2x-8) \cdot e^{5-x} = (10-2x) \cdot e^{5-x}$ notwendige Bedingung für Extrempunkte: $f'(x_E) = 0$ $f'(x_E) = (10-2x_E) \cdot e^{5-x_E} = 0 \Leftrightarrow x_E = 5$ (da $e^{5-x_E} \neq 0$) $f(x_E) = 2$, somit: $E(5 2)$</p>	4
7.2	<p>Da links von der Extremstelle x_E die Steigung positiv und rechts davon die Steigung negativ ist, ist der Extrempunkt E ein (lokaler) Hochpunkt.</p>	1
8.1	$\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = -12 + 12 = 0, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = 12 - 12 = 0$	2

Aufg.	erwartete Leistungen	BE
8.2	$\begin{vmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{vmatrix} = \sqrt{16+9} = 5; \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $(P(9 3 0))$	3
9.1	<p>Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X muss (wegen $p = 1 - p = 0,5$) symmetrisch sein. Zudem besitzt die Zufallsgröße X den Erwartungswert $E(X) = 5$. Daher liegt für $k = 5$ die größte Wahrscheinlichkeit vor.</p> <p>Die Wahrscheinlichkeitsverteilung 1 ist nicht symmetrisch (denn es gilt zum Beispiel $P(X = 4) \neq P(X = 6)$). Daher stellt die Wahrscheinlichkeitsverteilung 1 nicht die Verteilung der Zufallsgröße X dar.</p> <p>In der Wahrscheinlichkeitsverteilung 3 liegt für $k = 4$ die größte Wahrscheinlichkeit vor. Daher stellt die Wahrscheinlichkeitsverteilung 3 nicht die Verteilung der Zufallsgröße X dar.</p>	2
9.2	<p>Das zur Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X gehörige Histogramm ist wegen $p = 0,5$ und $n = 10$ symmetrisch. Daher gilt $P(X \leq 3) = P(X \geq 7)$.</p> <p>Somit folgt: $P(4 \leq X \leq 6) = 1 - P(X \leq 3) - P(X \geq 7) \approx 1 - 2 \cdot 0,17 = 0,66$</p>	3
Summe (insgesamt 5 von 9 Aufgaben)		25

III Bewertung und Beurteilung

Die Bewertung und Beurteilung erfolgt unter Beachtung der nachfolgenden Vorgaben nach § 33 der Oberstufen- und Abiturverordnung (OAVO) in der jeweils geltenden Fassung. Bei der Bewertung und Beurteilung der sprachlichen Richtigkeit in der deutschen Sprache sind die Bestimmungen des § 9 Abs. 12 Satz 3 OAVO in Verbindung mit Anlage 9b anzuwenden.

Der Fehlerindex ist nach Anlage 9b zu § 9 Abs. 12 OAVO zu berechnen. Für die Ermittlung der Punkte nach Anlage 9a zu § 9 Abs. 12 OAVO bzw. des Abzugs nach Anlage 9b zu § 9 Abs. 12 OAVO wird jeweils der ganzzahlige nicht gerundete Prozentsatz bzw. Fehlerindex zugrunde gelegt. Der prozentuale sprachliche Anteil nach Anlage 9b zu § 9 Abs. 12 OAVO wird für Prüfungsteil 1 auf 0%, für Prüfungsteil 2 auf 20% festgesetzt.

Darüber hinaus sind die Vorgaben der Erlasse „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen (Abiturerlass)“ und „Durchführungsbestimmungen zum Landesabitur“ in der für den Abiturjahrgang geltenden Fassung zu beachten.

Im Fach Mathematik besteht die Prüfungsleistung aus der Bearbeitung des Pflichtvorschlags A im Prüfungsteil 1, eines Vorschlags aus der Aufgabengruppe B sowie der Pflichtvorschläge C und D im Prüfungsteil 2, wofür im Grundkurs insgesamt maximal 80 BE vergeben werden können. Ein Prüfungsergebnis von **5 Punkten (ausreichend)** setzt voraus, dass mindestens 45% der zu vergebenden BE erreicht werden. Ein Prüfungsergebnis von **11 Punkten (gut)** setzt voraus, dass mindestens 75% der zu vergebenden BE erreicht werden.

Die Bewertungseinheiten sind etwa im Verhältnis 30%:50%:20% den Anforderungsbereichen I, II und III zugeordnet. Der Schwerpunkt der zu erbringenden Prüfungsleistung liegt im Anforderungsbereich II. Im Grundkurs werden die Anforderungsbereiche I und II stärker akzentuiert, im Leistungskurs die Anforderungsbereiche II und III.

I Erläuterungen

Voraussetzungen gemäß KCGO und Abiturerlass in der für den Abiturjahrgang geltenden Fassung

Standardbezug

Die nachfolgend ausgewiesenen Kompetenzbereiche sind für die Bearbeitung der jeweiligen Aufgabe besonders bedeutsam. Darüber hinaus können weitere, hier nicht ausgewiesene Kompetenzbereiche für die Bearbeitung der Aufgabe nachrangig bedeutsam sein, zumal die Kompetenzbereiche in engem Bezug zueinander stehen. Die Operationalisierung des Standardbezugs erfolgt in Abschnitt II.

Aufgabe	Kompetenzbereiche					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
1.1					X	X
1.2			X	X	X	
1.3				X	X	
1.4	X	X		X		
1.5.1			X		X	
1.5.2				X	X	X
2.1		X		X		X
2.2	X			X		

Inhaltlicher Bezug

Q1: Analysis II

verbindliche Themenfelder: Einführung in die Integralrechnung (Q1.1); Anwendungen der Integralrechnung (Q1.2); Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung (Q1.3); Funktionenscharen (Q1.4)

II Lösungshinweise und Bewertungsraster

In den nachfolgenden Lösungshinweisen sind alle wesentlichen Gesichtspunkte, die bei der Bearbeitung der einzelnen Aufgaben zu berücksichtigen sind, konkret genannt und diejenigen Lösungswege aufgezeigt, welche die Prüflinge erfahrungsgemäß einschlagen werden. Lösungswege, die von den vorgegebenen abweichen, aber als gleichwertig betrachtet werden können, sind ebenso zu akzeptieren. Bei den Ergebnissen numerischer Rechnungen ist zu berücksichtigen, dass die angegebenen Ergebnisse gerundete Werte darstellen. Geringe Abweichungen von den in den Lösungshinweisen angegebenen Werten sind daher zu akzeptieren. Zwischen- und Endergebnisse sind sinnvoll gerundet angegeben. Für weitere Rechnungen mit diesen Zwischenergebnissen werden – soweit möglich – nicht die gerundeten, sondern die im Taschenrechner gespeicherten Werte verwendet.

Aufg.	erwartete Leistungen	BE
1.1	hinreichende Bedingung für Extrempunkte: $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$ $f'(x) = -0,72x^2 + 2,88x - 2,16$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,72x^2 + 2,88x - 2,16 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$ $\Rightarrow x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4-3} \Rightarrow x_1 = 1 \quad (x_2 = 3)$ $f''(1) = 1,44 > 0 \Rightarrow$ Minimum, $f(1) = 0,8$, kleinster Funktionswert: 0,8 $f(0) = 1,76$; $f(2,75) = 1,71875$, größter Funktionswert: 1,76	1 3 2

Aufg.	erwartete Leistungen	BE
1.2	Da $f''(2) = 0$ und $f'''(2) = -1,44 \neq 0$ gilt, besitzt die Funktion f bei $x = 2$ eine Wendestelle. $f'(2) = 0,72 = \tan(\alpha) \Rightarrow \alpha \approx 35,75^\circ$ Der maximale Steigungswinkel der Profillinie beträgt ca. $35,75^\circ$.	2 1 1
1.3	$A = \int_0^{2,75} f(x) dx = \left[-0,06x^4 + 0,48x^3 - 1,08x^2 + 1,76x \right]_0^{2,75} \approx 3,2235 \text{ (m}^2\text{)}$	3
1.4	Volumen: $3,2235 \cdot 1,4 = 4,5129 \text{ (m}^3\text{)}$, Masse: $4,5129 \cdot 695 \approx 3136,5 \text{ (kg)}$ Das Element kann etwa bis zu einer Entfernung von 6,3 m von der Ladefläche gehoben werden, da die Masse des Elements etwas weniger als 3140 kg beträgt.	2 1
1.5.1	$(1,4 \cdot 2,75 \cdot 2) - 4,5 = 3,2 \text{ (m}^3\text{)}$	2
1.5.2	$k \approx 7,9$ Bis das Wasser, das sich im Quader angesammelt hat, vollständig abgeflossen ist, vergehen ca. 7,9 Minuten. <i>Bei Verwendung des Ersatzwerts erhält man als Lösung ca. 6,96 Minuten.</i>	1 2
2.1	$a \neq 0$, $b = 0$, c beliebig, $d = 1$	2
2.2	Der Graph der Funktion f verläuft punktsymmetrisch zum Punkt $P(2 f(2))$.	2
	Summe	25

III Bewertung und Beurteilung

Die Bewertung und Beurteilung erfolgt unter Beachtung der nachfolgenden Vorgaben nach § 33 der Oberstufen- und Abiturverordnung (OAVO) in der jeweils geltenden Fassung. Bei der Bewertung und Beurteilung der sprachlichen Richtigkeit in der deutschen Sprache sind die Bestimmungen des § 9 Abs. 12 Satz 3 OAVO in Verbindung mit Anlage 9b anzuwenden.

Der Fehlerindex ist nach Anlage 9b zu § 9 Abs. 12 OAVO zu berechnen. Für die Ermittlung der Punkte nach Anlage 9a zu § 9 Abs. 12 OAVO bzw. des Abzugs nach Anlage 9b zu § 9 Abs. 12 OAVO wird jeweils der ganzzahlige nicht gerundete Prozentsatz bzw. Fehlerindex zugrunde gelegt. Der prozentuale sprachliche Anteil nach Anlage 9b zu § 9 Abs. 12 OAVO wird für Prüfungsteil 1 auf 0%, für Prüfungsteil 2 auf 20% festgesetzt.

Darüber hinaus sind die Vorgaben der Erlasse „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen (Abiturerlass)“ und „Durchführungsbestimmungen zum Landesabitur“ in der für den Abiturjahrgang geltenden Fassung zu beachten.

Im Fach Mathematik besteht die Prüfungsleistung aus der Bearbeitung des Pflichtvorschlags A im Prüfungsteil 1, eines Vorschlags aus der Aufgabengruppe B sowie der Pflichtvorschläge C und D im Prüfungsteil 2, wofür im Grundkurs insgesamt maximal 80 BE vergeben werden können. Ein Prüfungsergebnis von **5 Punkten (ausreichend)** setzt voraus, dass mindestens 45% der zu vergebenden BE erreicht werden. Ein Prüfungsergebnis von **11 Punkten (gut)** setzt voraus, dass mindestens 75% der zu vergebenden BE erreicht werden.

Die Bewertungseinheiten sind etwa im Verhältnis 30%:50%:20% den Anforderungsbereichen I, II und III zugeordnet. Der Schwerpunkt der zu erbringenden Prüfungsleistung liegt im Anforderungsbereich II. Im Grundkurs werden die Anforderungsbereiche I und II stärker akzentuiert, im Leistungskurs die Anforderungsbereiche II und III.

I Erläuterungen

Voraussetzungen gemäß KCGO und Abiturerlass in der für den Abiturjahrgang geltenden Fassung

Standardbezug

Die nachfolgend ausgewiesenen Kompetenzbereiche sind für die Bearbeitung der jeweiligen Aufgabe besonders bedeutsam. Darüber hinaus können weitere, hier nicht ausgewiesene Kompetenzbereiche für die Bearbeitung der Aufgabe nachrangig bedeutsam sein, zumal die Kompetenzbereiche in engem Bezug zueinander stehen. Die Operationalisierung des Standardbezugs erfolgt in Abschnitt II.

Aufgabe	Kompetenzbereiche					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
1.1		X	X		X	
1.2	X		X		X	
1.3	X		X		X	
1.4		X	X			X
2.1	X				X	
2.2		X			X	
2.3		X		X	X	

Inhaltlicher Bezug

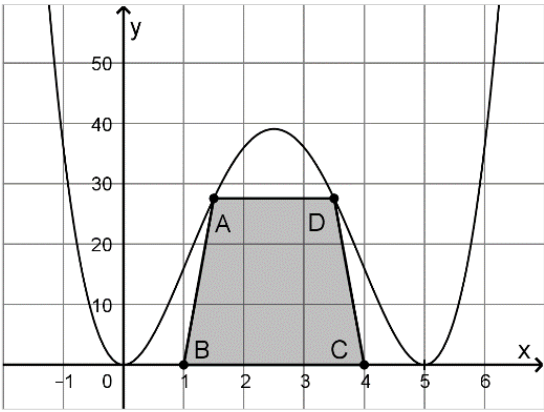
Q1: Analysis II

verbindliche Themenfelder: Einführung in die Integralrechnung (Q1.1); Anwendungen der Integralrechnung (Q1.2); Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung (Q1.3); Funktionenscharen (Q1.4)

II Lösungshinweise und Bewertungsraster

In den nachfolgenden Lösungshinweisen sind alle wesentlichen Gesichtspunkte, die bei der Bearbeitung der einzelnen Aufgaben zu berücksichtigen sind, konkret genannt und diejenigen Lösungswege aufgezeigt, welche die Prüflinge erfahrungsgemäß einschlagen werden. Lösungswege, die von den vorgegebenen abweichen, aber als gleichwertig betrachtet werden können, sind ebenso zu akzeptieren. Bei den Ergebnissen numerischer Rechnungen ist zu berücksichtigen, dass die angegebenen Ergebnisse gerundete Werte darstellen. Geringe Abweichungen von den in den Lösungshinweisen angegebenen Werten sind daher zu akzeptieren. Zwischen- und Endergebnisse sind sinnvoll gerundet angegeben. Für weitere Rechnungen mit diesen Zwischenergebnissen werden – soweit möglich – nicht die gerundeten, sondern die im Taschenrechner gespeicherten Werte verwendet.

Aufg.	erwartete Leistungen	BE
1.1	$v(0) = 190 \text{ (m}^3\text{)}$ $v(1,5) - 190 = \frac{1395}{32}$ Es fließen etwa 44 m^3 Wasser in das Auffangbecken.	3
1.2	$v'(x) = 50x^2 - 10x^3 = r(x)$	3
1.3	Für $0 < x < 5$ sind die Faktoren $10x^2$ und $5 - x$ positiv und damit auch $r(x)$. Folglich ist v in $0 < x < 5$ streng monoton wachsend.	3

Aufg.	erwartete Leistungen	BE
1.4	<p>Zum Zeitpunkt t beträgt das Volumen des Wassers im Auffangbecken 400 m^3. Die beiden ersten Summanden beschreiben das Wasservolumen im Becken beim Einschalten der Pumpe in m^3. Die Differenzfunktion $r(x) - 100$ beschreibt die momentane Änderungsrate des Wasservolumens bei laufender Pumpe in $\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$.</p> <p>Für die Zeit nach dem Einschalten der Pumpe beschreibt der Term $\int_2^t ((r(x) - 100)) dx$ daher die Änderung des Wasservolumens in m^3 bis zum Zeitpunkt t.</p>	5
2.1	$f''\left(\frac{15-5\sqrt{3}}{6}\right) = 0$ und $f'''\left(\frac{15-5\sqrt{3}}{6}\right) = -20\sqrt{3} \neq 0$	3
2.2	$\int_0^{x_w} (f(x_w) - f(x)) dx = \frac{2500\sqrt{3} - 1875}{216} \approx 11,4$	3
2.3	 <p>Die Höhe des Trapezes entspricht der y-Koordinate von A, ist also $f(u)$. Die Länge der Seite \overline{BC} ist 3, die Länge der Seite \overline{AD} ist $5 - 2u$.</p> <p>Somit wird der Flächeninhalt des Trapezes durch $\frac{1}{2} \cdot (3 + 5 - 2u) \cdot f(u)$ angegeben.</p>	5
	Summe	25

III Bewertung und Beurteilung

Die Bewertung und Beurteilung erfolgt unter Beachtung der nachfolgenden Vorgaben nach § 33 der Oberstufen- und Abiturverordnung (OAVO) in der jeweils geltenden Fassung. Bei der Bewertung und Beurteilung der sprachlichen Richtigkeit in der deutschen Sprache sind die Bestimmungen des § 9 Abs. 12 Satz 3 OAVO in Verbindung mit Anlage 9b anzuwenden.

Der Fehlerindex ist nach Anlage 9b zu § 9 Abs. 12 OAVO zu berechnen. Für die Ermittlung der Punkte nach Anlage 9a zu § 9 Abs. 12 OAVO bzw. des Abzugs nach Anlage 9b zu § 9 Abs. 12 OAVO wird jeweils der ganzzahlige nicht gerundete Prozentsatz bzw. Fehlerindex zugrunde gelegt. Der prozentuale sprachliche Anteil nach Anlage 9b zu § 9 Abs. 12 OAVO wird für Prüfungsteil 1 auf 0%, für Prüfungsteil 2 auf 20 % festgesetzt.

Darüber hinaus sind die Vorgaben der Erlasse „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen (Abiturerlass)“ und „Durchführungsbestimmungen zum Landesabitur“ in der für den Abiturjahrgang geltenden Fassung zu beachten.

Im Fach Mathematik besteht die Prüfungsleistung aus der Bearbeitung des Pflichtvorschlags A im Prüfungsteil 1, eines Vorschlags aus der Aufgabengruppe B sowie der Pflichtvorschläge C und D im Prüfungsteil 2, wofür im Grundkurs insgesamt maximal 80 BE vergeben werden können. Ein Prüfungsergebnis von **5 Punkten (ausreichend)** setzt voraus, dass mindestens 45 % der zu vergebenden BE erreicht werden. Ein Prüfungsergebnis von **11 Punkten (gut)** setzt voraus, dass mindestens 75 % der zu vergebenden BE erreicht werden.

Die Bewertungseinheiten sind etwa im Verhältnis 30 % : 50 % : 20 % den Anforderungsbereichen I, II und III zugeordnet. Der Schwerpunkt der zu erbringenden Prüfungsleistung liegt im Anforderungsbereich II. Im Grundkurs werden die Anforderungsbereiche I und II stärker akzentuiert, im Leistungskurs die Anforderungsbereiche II und III.

I Erläuterungen

Voraussetzungen gemäß KCGO und Abiturerlass in der für den Abiturjahrgang geltenden Fassung

Standardbezug

Die nachfolgend ausgewiesenen Kompetenzbereiche sind für die Bearbeitung der jeweiligen Aufgabe besonders bedeutsam. Darüber hinaus können weitere, hier nicht ausgewiesene Kompetenzbereiche für die Bearbeitung der Aufgabe nachrangig bedeutsam sein, zumal die Kompetenzbereiche in engem Bezug zueinander stehen. Die Operationalisierung des Standardbezugs erfolgt in Abschnitt II.

Aufgabe	Kompetenzbereiche					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
1.1		X		X	X	
1.2					X	
1.3	X			X		X
2.1	X	X			X	
2.2	X			X		X

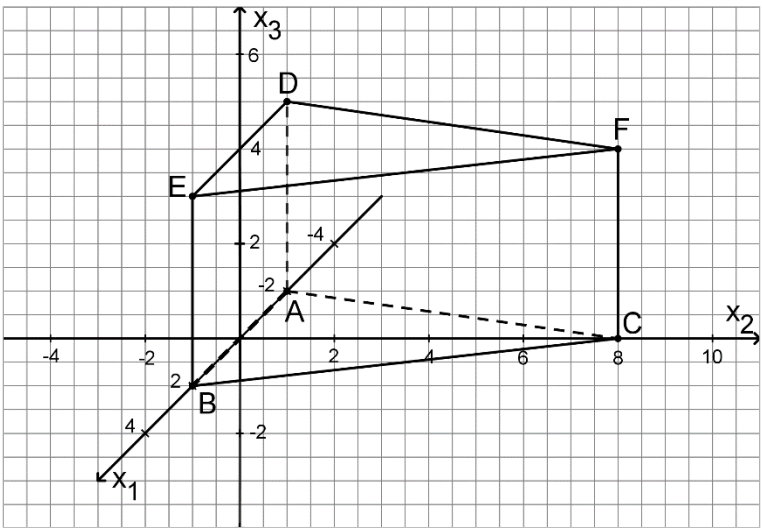
Inhaltlicher Bezug

Q2: Lineare Algebra/Analytische Geometrie

verbindliche Themenfelder: Lineare Gleichungssysteme (Q2.1); Orientieren und Bewegen im Raum (Q2.2); Geraden und Ebenen im Raum (Q2.3); Vertiefung der Analytischen Geometrie (Q2.6)

II Lösungshinweise und Bewertungsraster

In den nachfolgenden Lösungshinweisen sind alle wesentlichen Gesichtspunkte, die bei der Bearbeitung der einzelnen Aufgaben zu berücksichtigen sind, konkret genannt und diejenigen Lösungswege aufgezeigt, welche die Prüflinge erfahrungsgemäß einschlagen werden. Lösungswege, die von den vorgegebenen abweichen, aber als gleichwertig betrachtet werden können, sind ebenso zu akzeptieren. Bei den Ergebnissen numerischer Rechnungen ist zu berücksichtigen, dass die angegebenen Ergebnisse gerundete Werte darstellen. Geringe Abweichungen von den in den Lösungshinweisen angegebenen Werten sind daher zu akzeptieren. Zwischen- und Endergebnisse sind sinnvoll gerundet angegeben. Für weitere Rechnungen mit diesen Zwischenergebnissen werden – soweit möglich – nicht die gerundeten, sondern die im Taschenrechner gespeicherten Werte verwendet.

Aufg.	erwartete Leistungen	BE
1.1	 <p>Volumen: $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 \cdot 4 = 64$</p>	5
1.2	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \circ \vec{n} = 0 \wedge \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \vec{n} = 0 \text{ liefert } \vec{n} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ als (möglichen) Normalenvektor von H.}$ <p>Somit hat H eine Gleichung der Form $8x_1 + 2x_2 = d$. Aus $B \in H$ ergibt sich $d = 16$ (und somit die Gleichung $8x_1 + 2x_2 = 16$ bzw. $4x_1 + x_2 = 8$).</p>	3
1.3	<p>x_3-Achse</p> <p>In der Gleichung von H ist der Koeffizient zu x_3 gleich 0.</p>	2
2.1	<p>(Mit $M(0 0 4)$ folgt) $\overrightarrow{MF_4} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{MF_4} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$</p>	2
2.2	<p>Für jedes t ist \overline{DE} die Basis und $\overline{MF_t}$ die Höhe des gleichschenkligen Dreiecks EF_tD. Da $\overline{MF_t}$ für $t = 4$ senkrecht auf g steht, besitzt das Dreieck EF_tD für diesen Wert von t die kleinste Höhe und somit den kleinsten Flächeninhalt.</p>	3
	Summe	15

III Bewertung und Beurteilung

Die Bewertung und Beurteilung erfolgt unter Beachtung der nachfolgenden Vorgaben nach § 33 der Oberstufen- und Abiturverordnung (OAVO) in der jeweils geltenden Fassung. Bei der Bewertung und Beurteilung der sprachlichen Richtigkeit in der deutschen Sprache sind die Bestimmungen des § 9 Abs. 12 Satz 3 OAVO in Verbindung mit Anlage 9b anzuwenden.

Der Fehlerindex ist nach Anlage 9b zu § 9 Abs. 12 OAVO zu berechnen. Für die Ermittlung der Punkte nach Anlage 9a zu § 9 Abs. 12 OAVO bzw. des Abzugs nach Anlage 9b zu § 9 Abs. 12 OAVO wird jeweils der ganzzahlige nicht gerundete Prozentsatz bzw. Fehlerindex zugrunde gelegt. Der prozentuale sprachliche Anteil nach Anlage 9b zu § 9 Abs. 12 OAVO wird für Prüfungsteil 1 auf 0 %, für Prüfungsteil 2 auf 20 % festgesetzt.

Darüber hinaus sind die Vorgaben der Erlasse „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen (Abiturerlass)“ und „Durchführungsbestimmungen zum Landesabitur“ in der für den Abiturjahrgang geltenden Fassung zu beachten.

Im Fach Mathematik besteht die Prüfungsleistung aus der Bearbeitung des Pflichtvorschlags A im Prüfungsteil 1, eines Vorschlags aus der Aufgabengruppe B sowie der Pflichtvorschläge C und D im Prüfungsteil 2, wofür im Grundkurs insgesamt maximal 80 BE vergeben werden können. Ein Prüfungsergebnis von **5 Punkten (ausreichend)** setzt voraus, dass mindestens 45 % der zu vergebenden BE erreicht werden. Ein Prüfungsergebnis von **11 Punkten (gut)** setzt voraus, dass mindestens 75 % der zu vergebenden BE erreicht werden.

Die Bewertungseinheiten sind etwa im Verhältnis 30 % : 50 % : 20 % den Anforderungsbereichen I, II und III zugeordnet. Der Schwerpunkt der zu erbringenden Prüfungsleistung liegt im Anforderungsbereich II. Im Grundkurs werden die Anforderungsbereiche I und II stärker akzentuiert, im Leistungskurs die Anforderungsbereiche II und III.

I Erläuterungen

Voraussetzungen gemäß KCGO und Abiturerlass in der für den Abiturjahrgang geltenden Fassung

Standardbezug

Die nachfolgend ausgewiesenen Kompetenzbereiche sind für die Bearbeitung der jeweiligen Aufgabe besonders bedeutsam. Darüber hinaus können weitere, hier nicht ausgewiesene Kompetenzbereiche für die Bearbeitung der Aufgabe nachrangig bedeutsam sein, zumal die Kompetenzbereiche in engem Bezug zueinander stehen. Die Operationalisierung des Standardbezugs erfolgt in Abschnitt II.

Aufgabe	Kompetenzbereiche					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
1.1			X	X		X
1.2				X		X
1.3	X	X				X
2.1	X		X		X	
2.2			X	X		X

Inhaltlicher Bezug

Q3: Stochastik

verbindliche Themenfelder: Grundlegende Begriffe der Stochastik (Q3.1); Berechnung von Wahrscheinlichkeiten (Q3.2); Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Q3.3); Hypothesentests (für binomialverteilte Zufallsgrößen) (Q3.4)

II Lösungshinweise und Bewertungsraster

In den nachfolgenden Lösungshinweisen sind alle wesentlichen Gesichtspunkte, die bei der Bearbeitung der einzelnen Aufgaben zu berücksichtigen sind, konkret genannt und diejenigen Lösungswege aufgezeigt, welche die Prüflinge erfahrungsgemäß einschlagen werden. Lösungswege, die von den vorgegebenen abweichen, aber als gleichwertig betrachtet werden können, sind ebenso zu akzeptieren. Bei den Ergebnissen numerischer Rechnungen ist zu berücksichtigen, dass die angegebenen Ergebnisse gerundete Werte darstellen. Geringe Abweichungen von den in den Lösungshinweisen angegebenen Werten sind daher zu akzeptieren. Zwischen- und Endergebnisse sind sinnvoll gerundet angegeben. Für weitere Rechnungen mit diesen Zwischenergebnissen werden – soweit möglich – nicht die gerundeten, sondern die im Taschenrechner gespeicherten Werte verwendet.

Aufg.	erwartete Leistungen				BE
1.1		T	\bar{T}	Σ	3
	R	84	36	120	
	\bar{R}	62	18	80	
	Σ	146	54	200	
1.2	Der Biathlet schießt mit Ruhepuls und erzielt keinen Treffer.				2
1.3	$P_R(T) = \frac{84}{120} = 0,7 < P_{\bar{R}}(T) = \frac{62}{80} = 0,775$, die Aussage ist somit falsch.				3

Aufg.	erwartete Leistungen	BE
2.1	$P(A) = B(10; 0,78; 7) \approx 0,2244$ $P(B) = F(10; 0,85; 8) \approx 0,4557$ Die Wahrscheinlichkeit, einen Treffer zu erzielen, könnte sinken durch <ul style="list-style-type: none"> – Verschlechterung der äußeren Bedingungen (z. B. Witterungseinflüsse wie starker Wind), – Nervosität nach einem Fehlschuss oder in einer entscheidenden Phase des Wettkampfs, – die zunehmende Erschöpfung der Biathletin im Verlauf des Wettkampfs, – einen veränderten Puls (Aufgabe 1). <i>Die Angabe eines Arguments ist ausreichend.</i>	2 2 1
2.2	Die Biathletin erzielt bei den beiden Schussfolgen im Liegen jeweils mindestens 4 Treffer und bei den beiden Schussfolgen im Stehen jeweils höchstens 3 Treffer.	2
	Summe	15

III Bewertung und Beurteilung

Die Bewertung und Beurteilung erfolgt unter Beachtung der nachfolgenden Vorgaben nach § 33 der Oberstufen- und Abiturverordnung (OAVO) in der jeweils geltenden Fassung. Bei der Bewertung und Beurteilung der sprachlichen Richtigkeit in der deutschen Sprache sind die Bestimmungen des § 9 Abs. 12 Satz 3 OAVO in Verbindung mit Anlage 9b anzuwenden.

Der Fehlerindex ist nach Anlage 9b zu § 9 Abs. 12 OAVO zu berechnen. Für die Ermittlung der Punkte nach Anlage 9a zu § 9 Abs. 12 OAVO bzw. des Abzugs nach Anlage 9b zu § 9 Abs. 12 OAVO wird jeweils der ganzzahlige nicht gerundete Prozentsatz bzw. Fehlerindex zugrunde gelegt. Der prozentuale sprachliche Anteil nach Anlage 9b zu § 9 Abs. 12 OAVO wird für Prüfungsteil 1 auf 0%, für Prüfungsteil 2 auf 20% festgesetzt.

Darüber hinaus sind die Vorgaben der Erlasse „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen (Abiturerlass)“ und „Durchführungsbestimmungen zum Landesabitur“ in der für den Abiturjahrgang geltenden Fassung zu beachten.

Im Fach Mathematik besteht die Prüfungsleistung aus der Bearbeitung des Pflichtvorschlags A im Prüfungsteil 1, eines Vorschlags aus der Aufgabengruppe B sowie der Pflichtvorschläge C und D im Prüfungsteil 2, wofür im Grundkurs insgesamt maximal 80 BE vergeben werden können. Ein Prüfungsergebnis von **5 Punkten (ausreichend)** setzt voraus, dass mindestens 45% der zu vergebenden BE erreicht werden. Ein Prüfungsergebnis von **11 Punkten (gut)** setzt voraus, dass mindestens 75% der zu vergebenden BE erreicht werden.

Die Bewertungseinheiten sind etwa im Verhältnis 30% : 50% : 20% den Anforderungsbereichen I, II und III zugeordnet. Der Schwerpunkt der zu erbringenden Prüfungsleistung liegt im Anforderungsbereich II. Im Grundkurs werden die Anforderungsbereiche I und II stärker akzentuiert, im Leistungskurs die Anforderungsbereiche II und III.