Die Fernsehsendung „Sport in 3D"informiert über das aktuelle Sportgeschehen im neuen 3D - Format. Dabei treten Bildstörungen in 3D mit 4 % Wahrscheinlichkeit auf. Ist das Bild gestört, dann treten mit 60 % Wahrscheinlichkeit auch noch Tonstörungen auf. Ist das Bild einwandfrei, dann ist auch der Ton mit 90 % Wahrscheinlichkeit einwandfrei.

B und T seien die folgenden Ereignisse:

B: „In der 3D-Übertragung treten Bildstörungen auf";

T: „In der 3D-Übertragung treten Tonstörungen auf".

a) Zeichnen Sie ein Baumdiagramm und untersuchen Sie, ob die Ereignisse B und T stochastisch unabhängig sind. (7P)

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für ein einwandfreies Bild, falls der Ton gestört ist. (3P)

c) Man betrachtet das Ereignis Z: „Ein Zuschauer wechselt den Sender". (5P)
Falls keine Bildstörung auftritt, tritt Z höchstens mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$ ein.
Im Falle einer Bildstörung wechselt der Zuschauer mit Sicherheit den Sender.
Berechnen Sie den maximalen Wert $P(Z)$.

d) Im Studio ist ein Fußballtor aufgebaut, auf das Sportler und Studiogäste schießen dürfen. Ein Gast trifft mit der Wahrscheinlichkeit $p(0 < p < 1)$ in das Tor. (4P)
Berechnen Sie die Mindestgröße von p, damit der Studiogast bei 6 Versuchen mit einer Wahrscheinlichkeit von wenigstens 95 % mindestens einmal trifft.

e) Die Funktion f beschreibt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Gast bei 6 Versuchen das Fußballtor aus Teilaufgabe d) höchstens einmal trifft. Bestimmen Sie $f(p)$ und zeigen Sie, dass die Funktion f streng monoton fallend ist. (5P)

f) Der Sender benötigt zur richtigen Ausleuchtung des Studios, in dem die 3D-Aufnahmen erfolgen, 400 neue, einwandfreie Halogenlampen. Die Erfahrung lehrt, dass 2 % der gelieferten Lampen schadhaft sind. Bestimmen Sie die Anzahl der Lampen, die mindestens bestellt werden müssen, damit mit mindestens 99 % Wahrscheinlichkeit wenigstens 400 einwandfreie Lampen darunter sind. (5P)