1. a) ► **Kapital nach sechs Jahren berechnen** (5 Punkte)

1. Schritt: Kapital nach zweieinhalb Jahren berechnen

Das Kapital wird zweieinhalb Jahre mit 3% pro Jahr verzinst.
Berechne das Kapital nach zweieinhalb Jahren mit der Zinseszinsformel.

gegeben:
Anfangskapital $K_0 = 5.000\,€$
Laufzeit $n = 2,5$ Jahre
Zinssatz $p = 3\%$

gesucht:
Endkapital K_n

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \qquad \text{einsetzen}$$

$$K_{2,5} = 5.000\,€ \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^{2,5}$$

$$K_{2,5} = 5.000\,€ \cdot (1 + 0,03)^{2,5}$$

$$K_{2,5} = 5.000\,€ \cdot (1,03)^{2,5}$$

$$K_{2,5} = 5.000\,€ \cdot 1,0767$$

$$K_{2,5} = 5.383,50\,€$$

Das Kapital nach zweieinhalb Jahren beträgt $5.383,50\,€$.

2. Schritt: Kapital nach sechs Jahren berechnen

Das Kapital $K_{2,5}$ wird für die restliche Zeit mit 4% pro Jahr verzinst.
Berechne das Kapital nach sechs Jahren mit der Zinseszinsformel.

gegeben:
Anfangskapital $K_{2,5} = 5.383,50\,€$
Laufzeit $n = 3,5$ Jahre
Zinssatz $p = 4\%$

gesucht:
Endkapital K_n

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \qquad \text{einsetzen}$$

$$K_{3,5} = 5.383,50\,€ \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^{3,5}$$

$$K_{3,5} = 5.383,50\,€ \cdot (1 + 0,04)^{3,5}$$

$$K_{3,5} = 5.383,50\,€ \cdot (1,04)^{3,5}$$

$$K_{3,5} = 5.383,50\,€ \cdot 1,1471$$

$$K_{3,5} = 6.175,41\,€$$

Das Kapital nach sechs Jahren beträgt $6.175,41\,€$.

b) ► **Anzahl der Jahre, nach denen Herr Müller 8.000 € hätte**

Berechne die Anzahl der Jahre mit der Zinseszinsformel.

gegeben:
Anfangskapital $K_0 = 5.000\,€$
Endkapital $K_n = 8.000\,€$
Zinssatz $p = 4\%$

gesucht:
Laufzeit n Jahre

$$\begin{aligned}
K_n &= K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n && |: K_0 \\
\frac{K_n}{K_0} &= \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n && \text{einsetzen} \\
\frac{8.000\,€}{5.000\,€} &= \left(1 + \frac{4}{100}\right)^n \\
\frac{8}{5} &= (1 + 0{,}04)^n \\
1{,}6 &= (1{,}04)^n && |\ \log \\
\log 1{,}6 &= (\log 1{,}04) \cdot n && |: (\log 1{,}04) \\
\frac{\log 1{,}6}{(\log 1{,}04)} &= n \\
\frac{0{,}204}{(0{,}017)} &= n \\
12 &\approx n
\end{aligned}$$

Nach zwölf Jahren hätte Herr Müller 8.000 €.

c) ► **Zinssatz berechnen**

Berechne den Zinssatz mit der Zinseszinsformel.

gegeben:
Anfangskapital $K_0 = 5.000\,€$
Endkapital $K_n = 6.700\,€$
Laufzeit $n = 6$ Jahre

gesucht:
Zinssatz p

$$\begin{aligned}
K_n &= K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n && |: K_0 \\
\frac{K_n}{K_0} &= \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n && \text{einsetzen} \\
\frac{6.700\,€}{5.000\,€} &= \left(1 + \frac{p}{100}\right)^6 \\
1{,}34 &= \left(1 + \frac{p}{100}\right)^6 && |\ \sqrt[6]{\ } \\
1{,}05 &= 1 + \frac{p}{100} && |\ -1 \\
0{,}05 &= \frac{p}{100} && |\ \cdot 100 \\
5 &= p
\end{aligned}$$

Der Zinssatz beträgt 5%.

2. a) ▶ **Funktionsgleichung der Geraden g_2** (8 Punkte)

Da die Gerade g_2 parallel zur Geraden g_1 verläuft, hat sie die gleiche Steigung.

Setze den Punkt $A(2|-3)$ und die Steigung $m_2 = 1$ in die allgemeine Geradengleichung ein.

$$\begin{aligned} y_2 &= m_2 \cdot x_2 + t_2 && y_2 = -3 \quad x_2 = 2 \quad m_2 = 1 \\ -3 &= 1 \cdot 2 + t_2 && \mid -2 \\ -5 &= t_2 \end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet $g_2 : y = x - 5$.

b) ▶ **Funktionsgleichung der Geraden g_3**

1. Schritt: Berechne die Steigung m_3 der Geraden g_3

Wenn sich zwei Geraden im rechten Winkel schneiden, beträgt das Produkt beider Steigungen -1.

$$\begin{aligned} m_1 \cdot m_3 &= -1 && \mid : m_1 \\ m_3 &= \frac{-1}{m_1} && \text{einsetzen} \\ m_3 &= \frac{-1}{1} \\ m_3 &= -1 \end{aligned}$$

2. Schritt: Funktionsgleichung der Geraden m_3 bestimmen

Setze den Punkt $B(3,5|6,5)$ und die Steigung $m = -1$ in die allgemeine Geradengleichung ein.

$$\begin{aligned} y_3 &= m_3 \cdot x_3 + t_3 && y_3 = 3,5 \quad x_3 = 6,5 \quad m_3 = -1 \\ 3,5 &= -1 \cdot 6,5 + t_3 && \mid +6,5 \\ 10 &= t_3 \end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet $g_3 : y = -x + 10$.

c) ▶ **Funktionsgleichung der Geraden g_4**

Da die Gerade g_4 parallel zur Geraden g_3 verläuft, hat sie die gleiche Steigung.

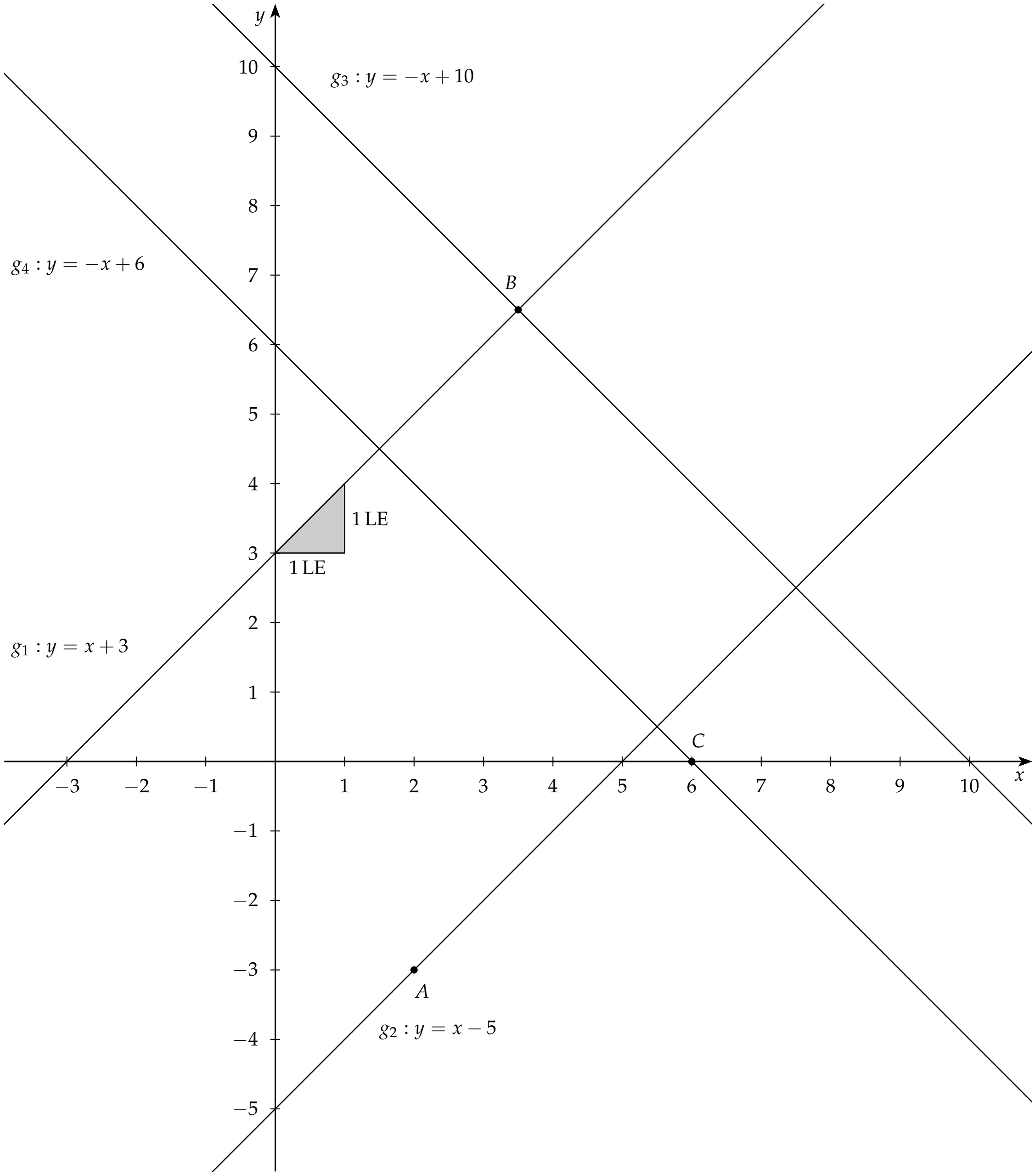
Setze den Punkt $C(6|0)$ und die Steigung $m_4 = -1$ in die allgemeine Geradengleichung ein.

$$\begin{aligned} y_4 &= m_4 \cdot x_4 + t_4 && y_4 = 6 \quad x_4 = 0 \quad m_4 = -1 \\ 6 &= -1 \cdot 0 + t_4 \\ 6 &= t_4 \end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet $g_4 : y = -x + 6$.

d) **► Graphische Darstellung der Geraden**

Zeichne die Gerade g_1 ins Koordinatensystem ein, indem du vom y-Achsenabschnitt 3 ein Steigungsdreieck einzeichnest. Die Steigung $m = 1$ bedeutet, dass die Länge nach rechts und nach oben gleich lang sind.

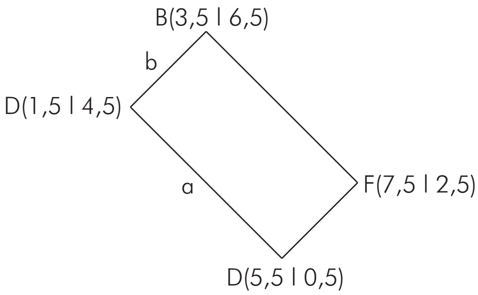


e) **► Umfang des Vierecks**

Lese die Schnittpunkte aus der Zeichnung ab. Da jeweils zwei Geraden parallel sind, handelt es sich hier um ein Rechteck.

1. Schritt: Seite a berechnen

Über die Koordinaten der Punkte D und E kannst du die Länge der Seite a mit dem Satz des Pythagoras berechnen.



$$
\begin{aligned}
c^2 &= a^2 + b^2 \\
a^2 &= (x_D - x_E)^2 + (y_D - y_E)^2 && \text{einsetzen} \\
a^2 &= (1,5 - 5,5)^2 + (4,5 - 0,5)^2 \\
a^2 &= (-4)^2 + (4)^2 \\
a^2 &= 32 && |\sqrt{} \\
a &= 5,66
\end{aligned}
$$

Die Seite a ist 5,66 cm lang.

2. Schritt: Seite a berechnen

Über die Koordinaten der Punkte D und B kannst du die Länge der Seite b mit dem Satz des Pythagoras berechnen.

$$
\begin{aligned}
c^2 &= a^2 + b^2 \\
b^2 &= (x_B - x_E)^2 + (y_B - y_E)^2 && \text{einsetzen} \\
b^2 &= (1,5 - 3,5)^2 + (4,5 - 6,5)^2 \\
b^2 &= (-2)^2 + (-2)^2 \\
b^2 &= 8 && |\sqrt{} \\
b &= 2,83
\end{aligned}
$$

Die Seite b ist 2,83 cm lang.

3. Schritt: Umfang berechnen

Rechteckumfang:

$$
\begin{aligned}
u_{\text{Rechteck}} &= 2a + 2b && \text{einsetzen} \\
u_{\text{Rechteck}} &= 2 \cdot 5,66\,\text{cm} + 2 \cdot 2,83\,\text{cm} \\
u_{\text{Rechteck}} &\approx 17\,\text{cm}
\end{aligned}
$$

Das Viereck hat einen Umfang von 17 cm.

3. ► **Platzhalter durch Rechenzeichen und Terme ersetzen** (3 Punkte)

a) $(5a-3)^2 = 25a^2 - 30a + 9$
Hier handelt es sich um die 2. binomische Formel.

b) $(2x+10)^2 = 4x^2 + 40x + 100$
Hier handelt es sich um die 2. binomische Formel.

c) $(x-4)\cdot(x+4) = x^2 - 16$
Hier handelt es sich um die 3. binomische Formel.

d) $-x\cdot(x-7)^2 = -x^3 + 14x^2 - 49x$
Hier handelt es sich um die 2. binomische Formel, die mit dem Faktor $-x$ multipliziert wird.

4. a) ▶ **Wahrscheinlichkeit viermal hintereinander grau zu drehen** (5 Punkte)

Die Wahrscheinlichkeit einmal grau zu drehen ist 50%, also $P(\text{grau}) = \frac{1}{2}$.
Berechne die Wahrscheinlichkeit viermal hintereinander grau zu drehen folgendermaßen:

$P(\text{viermal grau}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$

Die Wahrscheinlichkeit viermal hintereinander grau zu drehen beträgt 6,25%.

b) ▶ **Wahrscheinlichkeit die Kombination schwarz, weiß, grau zu drehen**

Die Wahrscheinlichkeit einmal schwarz zu drehen ist 10%, also $P(\text{schwarz}) = \frac{1}{10}$.
Die Wahrscheinlichkeit einmal weiß zu drehen ist 40%, also $P(\text{weiß}) = \frac{4}{10}$.
Die Wahrscheinlichkeit einmal grau zu drehen ist 50%, also $P(\text{grau}) = \frac{5}{10}$.
Berechne die Wahrscheinlichkeit die Kombination schwarz, weiß, grau zu drehen folgendermaßen:

$P(\text{schwarz, weiß, grau}) = \frac{1}{10} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{20}{1.000} = 0{,}02$

Die Wahrscheinlichkeit die Kombination schwarz, weiß, grau zu drehen beträgt 2%.

c) ▶ **Wahrscheinlichkeit fünfmal hintereinander kein grau zu drehen**

Die Wahrscheinlichkeit einmal grau zu drehen ist 50%, also $P(\text{grau}) = \frac{1}{2}$.
Die Wahrscheinlichkeit kein grau zu drehen ist das Gegenereignis $P(\bar{E})$.
$P(\bar{E}) = 1 - PE = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

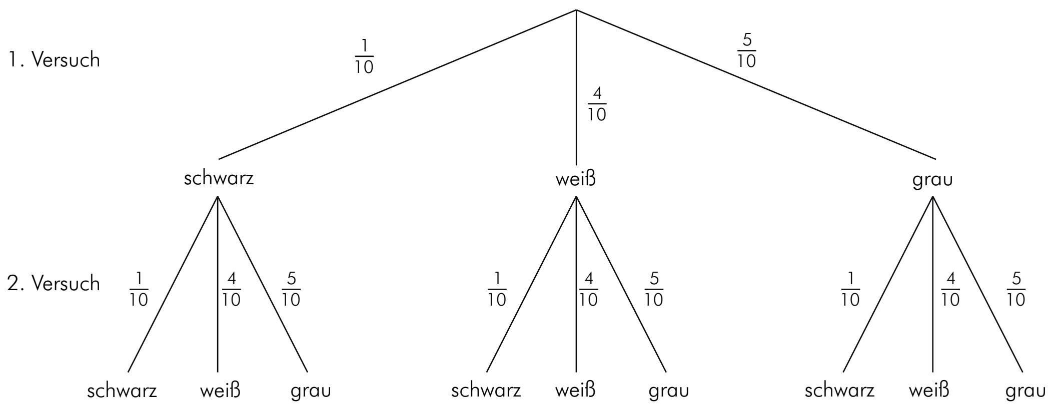
Berechne die Wahrscheinlichkeit fünfmal hintereinander kein grau zu drehen folgendermaßen:

$P(\bar{E}, \bar{E}, \bar{E}, \bar{E}, \bar{E}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32} = 0{,}03125$

Die Wahrscheinlichkeit fünfmal kein grau zu drehen beträgt 3,125%.

d) ▶ **Baumdiagramm für ein Spiel mit drei Versuchen**

Zeichne im 1. und im 2. Versuch für jedes Ereignis einen Ast.



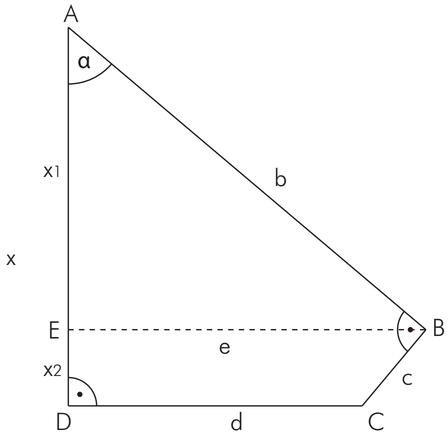
5. a) **▶ Länge der Strecke x** (4 Punkte)

Die Strecke x setzt sich aus den Teilstrecken x_1 und x_2 zusammen.

1. Schritt: Strecke x_1 berechnen

Berechne die Strecke x_1 im rechtwinkligen Dreieck ABE mit dem Kosinus.

$$\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{x_1}{b} && \mid \cdot b \\ x_1 &= \cos\alpha \cdot b && \text{einsetzen} \\ x_1 &= \cos 50^\circ \cdot 6{,}2\,\text{cm} \\ x_1 &= 0{,}64279 \cdot 6{,}2\,\text{cm} \\ x_1 &\approx 4\,\text{cm} \end{aligned}$$



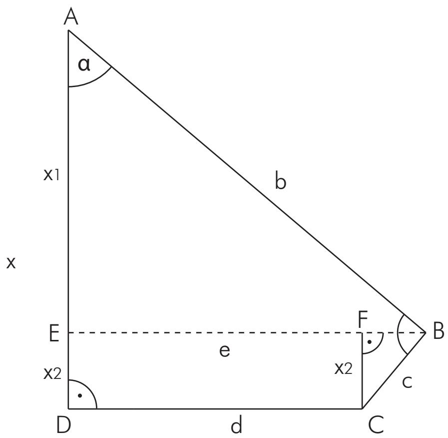
2. Schritt: Strecke x_2 berechnen

Berechne die Strecke x_2 im rechtwinkligen Dreieck CBF mit dem Sinus. Dafür benötigst du den Winkel β_2. Diesen kannst du berechnen, indem du vorher den Komplementwinkel β_1 über die Innenwinkelsumme im Dreieck BAE bestimmst.

$$\beta_1 = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\beta_2 = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

$$\begin{aligned} \sin\beta_2 &= \frac{x_2}{c} && \mid \cdot c \\ x_2 &= \sin\beta_2 \cdot c && \text{einsetzen} \\ x_2 &= \sin 50^\circ \cdot 1{,}3\,\text{cm} \\ x_2 &= 0{,}766 \cdot 1{,}3\,\text{cm} \\ x_2 &\approx 1\,\text{cm} \end{aligned}$$



3. Schritt: Strecke x berechnen

Addiere die beiden Teilstrecken x_1 und x_2.

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2 \\ x &= 4\,\text{cm} + 1\,\text{cm} \\ x &= 5\,\text{cm} \end{aligned}$$

Die Strecke x ist 5 cm lang.

b) ► **Umfang der Figur**

1. Schritt: Strecke *e* berechnen

Berechne die Strecke e im rechtwinkligen Dreieck EBA mit dem Satz des Pythagoras.

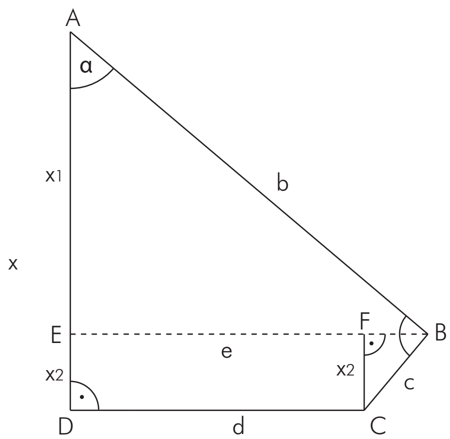
$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 && \mid -b \\ a^2 &= c^2 - b^2 \\ e^2 &= b^2 - {x_1}^2 && \text{einsetzen} \\ e^2 &= (6{,}2\,\text{cm})^2 - (4\,\text{cm})^2 \\ e^2 &= 38{,}44\,\text{cm}^2 - 16\,\text{cm}^2 \\ e^2 &= 22{,}44\,\text{cm}^2 && \mid \sqrt{\ } \\ e &= 4{,}74\,\text{cm} \end{aligned}$$

2. Schritt: Seite *d* berechnen

Berechne die Länge der Seite d, indem du die Strecke $\overline{FB}$ von der Strecke e subtrahierst.

Die Strecke $\overline{FB}$ im rechtwinkligen Dreieck CBF kannst du mit dem Satz des Pythagoras berechnen.

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 && \mid -b \\ a^2 &= c^2 - b^2 \\ \overline{FB}^2 &= c^2 - {x_2}^2 && \text{einsetzen} \\ \overline{FB}^2 &= (1{,}3\,\text{cm})^2 - (1\,\text{cm})^2 \\ \overline{FB}^2 &= 1{,}69\,\text{cm}^2 - 1\,\text{cm}^2 \\ \overline{FB}^2 &= 0{,}69\,\text{cm}^2 && \mid \sqrt{\ } \\ \overline{FB} &= 0{,}83\,\text{cm} \end{aligned}$$



$d = e - \overline{FB}$
$d = 4{,}74\,\text{cm} - 0{,}83\,\text{cm}$
$d = 3{,}91\,\text{cm}$

Die Seite d ist $3{,}91$ cm lang.

3. Schritt: Umfang berechnen

Addiere die vier Seiten:

$u = x + d + c + b$
$u = 5\,\text{cm} + 3{,}91\,\text{cm} + 1{,}3\,\text{cm} + 6{,}2\,\text{cm}$
$u = 16{,}41\,\text{cm}$

Der Umfang der Figur beträgt $16{,}41$ cm.

6. **► Gleichung lösen** (3 Punkte)

1. Schritt: Definitionsbereich bestimmen

Untersuche den Nenner des Bruchs. Dieser darf nie Null ergeben.

x: wenn du hier $x = 0$ setzt, ist der Nenner Null
$(x-4)$: wenn du hier $x = 4$ setzt, ist der Nenner Null

Somit enthält die Definitionsmenge alle reellen Zahlen außer 0 und 4.

$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$

2. Schritt: Hauptnenner bestimmen

Der Hauptnenner ist $x \cdot (x-4)$

3. Schritt: Lösungsmenge berechnen

Vereinfache die Gleichung und löse sie mit der p-q-Formel.

$$
\begin{aligned}
2 &= \frac{9}{x} - \frac{1}{x-4} && | \cdot x \cdot (x-4) \\
2 \cdot x \cdot (x-4) &= \frac{9 \cdot \cancel{x} \cdot (x-4)}{\cancel{x}} - \frac{1 \cdot x \cdot \cancel{(x-4)}}{\cancel{(x-4)}} \\
2x^2 - 8x &= 9x - 36 - 1x \\
2x^2 - 8x &= 8x - 36 && | -(8x-36) \\
2x^2 - 16x + 36 &= 0 && | :2 \\
x^2 - 8x + 18 &= 0
\end{aligned}
$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \qquad \text{einsetzen}$$

$$x_{1,2} = -\frac{-8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-8}{2}\right)^2 - 18}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 18}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16 - 18}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{-2}$$

$\rightarrow$ Die Gleichung hat keine Lösung.

7. a) ► **Scheitelpunkt der Parabel p_1** (6 Punkte)

Bestimme den Scheitelpunkt mit folgender Formel:

$$S\left(-\frac{p}{2}\middle| -\frac{p^2}{4}+q\right) \qquad p=-4 \text{ und } q=2$$

$$S\left(-\frac{-4}{2}\middle| -\frac{(-4)^2}{4}+2\right)$$

$$S\,(2|-4+2)$$

$$S\,(2|-2)$$

Die Parabel hat den Scheitelpunkt $S\,(2|-2)$.

b) ► **Funktionsgleichung von p_2 angeben**

Da es sich hier um eine nach unten geöffnete Normalparabel handelt, beträgt der Faktor $a=-1$. Setze den Scheitelpunkt $A(3 \mid 3)$ in die Scheitelpunktform ein und bringe sie auf Normalform.

$$y = a(x-x_s)^2+y_s \qquad a=-1 \quad x_s=3 \quad y_s=3$$

$$y = -(x-3)^2+3$$

$$y = -(x^2-6x+9)+3$$

$$y = -x^2+6x-9+3$$

$$y = -x^2+6x-6$$

Die Funktionsgleichung in Normalform lautet: $y=-x^2+6x-6$

c) ► **Nullstellen der Parabel p_1**

Setze in die Funktionsgleichung für $y=0$ ein, und löse sie mit der p-q-Formel nach x auf.

$$0 = x^2-4x+2$$

$$p=-4 \qquad q=2$$

$$x_{1,2} = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2-2}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{-2^2-2}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4-2}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm 1{,}414$$

$$x_1 = 3{,}414$$

$$x_2 = 0{,}586$$

Die Parabel p_1 hat die Nullstellen $N_1(3{,}414|0)$ und $N_2(0{,}586|0)$.

d) **► Schnittpunkte der beiden Parabeln p_1 und p_2**

Setzte die beiden Funktionsgleichungen gleich und löse mit der p-q-Formel.

(1) $p_1\colon y = x^2 - 4x + 2$
(2) $p_2\colon y = -x^2 + 6x - 6$

$$\begin{aligned}
(1) &= (2) && \text{einsetzen} \\
x^2 - 4x + 2 &= -x^2 + 6x - 6 && \mid +x^2 \ \mid -6x \ \mid +6 \\
2x^2 - 10x + 8 &= 0 && \mid : 2 \\
x^2 - 5x + 4 &= 0 && p = -5 \qquad q = 4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\tfrac{p}{2}\right)^2 - q} \\
x_{1,2} &= -\frac{-5}{2} \pm \sqrt{\left(\tfrac{-5}{2}\right)^2 - 4} \\
x_{1,2} &= 2{,}5 \pm \sqrt{(-2{,}5)^2 - 4} \\
x_{1,2} &= 2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 - 4} \\
x_{1,2} &= 2{,}5 \pm \sqrt{2{,}25} \\
x_{1,2} &= 2{,}5 \pm 1{,}5 \\
x_1 &= 4 \\
x_2 &= 1
\end{aligned}$$

Setze den jeweiligen x-Wert in die Funktionsgleichung einer Parabel ein, um den entsprechenden y-Wert zu berechnen.

$$\begin{aligned}
y_1 &= x_1^2 - 4x_1 + 2 && x_1 = 4 \\
y_1 &= 4^2 - 4 \cdot 4 + 2 \\
y_1 &= 16 - 16 + 2 \\
y_1 &= 2
\end{aligned}$$

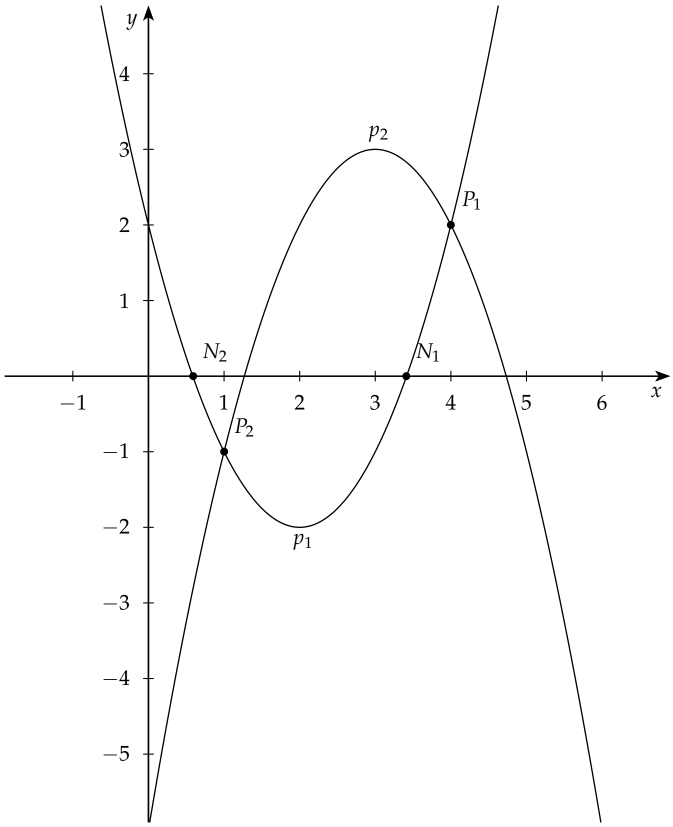
$\rightarrow P_1(4|2)$

$$\begin{aligned}
y_2 &= x_2^2 - 4x_2 + 2 && x_2 = 1 \\
y_2 &= 1^2 - 4 \cdot 1 + 2 \\
y_2 &= 1 - 4 + 2 \\
y_2 &= -1
\end{aligned}$$

$\rightarrow P_2(1|-1)$

Die Schnittpunkte der Parabeln sind $P_1(4|2)$ und $P_2(1|-1)$.

e) ▶ **Graphische Darstellung**



8. ▶ **Normalpreis für eine Person bestimmen** (3 Punkte)

Stelle mit Hilfe des Aufgabentextes folgende Gleichung auf.
Der Normalpreis für eine Person ist x, der Betrag den sie zusammen bezahlen ist y.

$$\overbrace{(100\% - 25\%)}^{\text{Ermäßigung Max}} \cdot x + \overbrace{(100\% - 50\%)}^{\text{Ermäßigung Lisa}} \cdot x = 25\,€$$

Löse die Gleichung nach x auf.

$$\begin{aligned} 0{,}75 \cdot x + 0{,}5 \cdot x &= 25\,€ \\ 1{,}25 \cdot x &= 25\,€ \qquad |:1{,}25 \\ x &= 20\,€ \end{aligned}$$

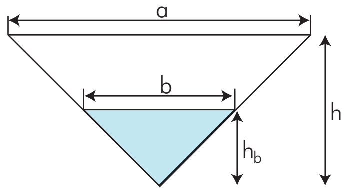
Der Normalpreis für eine Person beträgt 20 €.

9. ▶ **Volumen des eingefüllten Wassers berechnen** (4 Punkte)

1. Schritt: Radius des mit Wasser gefüllten Kegels berechnen

Mit dem 2. Vierstreckensatz kannst du den Durchmesser des mit Wasser gefüllten Kegels berechnen.

$$\frac{b}{h_b} = \frac{a}{h} \qquad | \cdot h_b$$
$$b = \frac{a}{h} \cdot h_b \qquad \text{einsetzen}$$
$$b = \frac{6\,\text{cm}}{5\,\text{cm}} \cdot 2,5\,\text{cm}$$
$$b = 3\,\text{cm}$$



Der Durchmesser ist 3 cm lang, der Radius beträgt somit 1,5 cm.

2. Schritt: Volumen des mit Wasser gefüllten Kegels berechnen

Die Formel für das Kegelvolumen lautet:

$$V_{\text{Kegel}} = \tfrac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$
$$V_{\text{Kegel}} = \tfrac{1}{3}\pi \cdot (\tfrac{b}{2})^2 \cdot h_b \qquad \text{einsetzen}$$
$$V_{\text{Kegel}} = \tfrac{1}{3}\pi \cdot (1,5\,\text{cm})^2 \cdot 2,5\,\text{cm}$$
$$V_{\text{Kegel}} = \tfrac{1}{3}\pi \cdot 2,25\,\text{cm}^2 \cdot 2,5\,\text{cm}$$
$$V_{\text{Kegel}} = 5,89\,\text{cm}^3$$

Das eingefüllten Wasser hat ein Volumen von $5,89\,\text{cm}^3$.

10. a) ▶ **Volumen der Kugel berechnen** (4 Punkte)

1. Schritt: Volumen des Würfels berechnen

Das Volumen des Würfels kannst du mit folgender Formel berechnen:

$$V_{\text{Würfel}} = a^3 \qquad \text{einsetzen}$$
$$V_{\text{Würfel}} = 8\,\text{cm}^3$$
$$V_{\text{Würfel}} = 512\,\text{cm}^3$$

2. Schritt: Volumen der Kugel berechnen

Das Volumen der Kugel ist um den Faktor 15,28 kleiner, als das Würfelvolumen.

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{V_{\text{Würfel}}}{15,28} \qquad \text{einsetzen}$$
$$V_{\text{Kugel}} = \frac{512\,\text{cm}^3}{15,28}$$
$$V_{\text{Kugel}} = 33,5\,\text{cm}^3$$

Die Kugel hat ein Volumen von $33,5\,\text{cm}^3$.

b) **► Radius der Kugel berechnen**

Berechnen den Radius der Kugel mit der Volumenformel.

$$\begin{aligned}
V_{\text{Kugel}} &= \tfrac{4}{3}\pi \cdot r^3 && |:\tfrac{4}{3}\pi \\
\frac{V_{\text{Kugel}} \cdot 3}{4 \cdot \pi} &= r^3 && \text{einsetzen} \\
\frac{33{,}5\,\text{cm}^3 \cdot 3}{4 \cdot \pi} &= r^3 \\
\frac{100{,}5\,\text{cm}^3}{12{,}566} &= r^3 \\
80\,\text{cm}^3 &= r^3 && |\sqrt[3]{} \\
4{,}3\,\text{cm} &= r
\end{aligned}$$

Der Radius des Kreises ist 4,3 cm lang.