

Durch die Funktion f mit $f(t) = 0,02t^2 \cdot e^{-0,1 \cdot t}$ wird das Wachstum einer Fichte in Abhängigkeit von der Zeit t (gemessen in Jahren) beschrieben. Dabei gibt $f(t)$ nicht die Höhe, sondern die Wachstumsgeschwindigkeit in Metern pro Jahr (zum Zeitpunkt t) an. Der Graph von f ist untenstehend dargestellt.

Zum Zeitpunkt $t = 0$ hat eine frisch eingepflanzte Fichte eine Höhe von ca. 20 cm.

- a) Berechnen Sie den Funktionswert von f an der Stelle $t = 30$ und interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang. (11VP)
Beschreiben Sie anhand des Graphen von f , wie sich die Fichte im Laufe der Jahre entwickelt.
- b) Bestimmen Sie rechnerisch das Alter, in dem die Fichte am stärksten wächst. (11VP)
Geben Sie zudem die größte Wachstumsgeschwindigkeit an.
[Es gilt: $f''(t) = 0,0002 \cdot (t^2 - 40t + 200) \cdot e^{-0,1 \cdot t}$. Nachweis nicht erforderlich!]
- c) Begründen Sie anhand des Graphen von f , dass die Fichte nach 20 Jahren weniger als 20 Meter hoch ist. (16VP)
Zeigen Sie, dass durch $F(t) = -0,2 \cdot (t^2 + 20t + 200) \cdot e^{-0,1 \cdot t}$ eine Stammfunktion von f gegeben ist.
Berechnen Sie die zu erwartende Höhe der Fichte nach 20 Jahren.
- d) Begründen Sie durch Eigenschaften der Funktion f , dass F eine Wendestelle hat. (5VP)
- e) In einem Lexikon steht, dass bestimmte Fichtenarten bis zu 60 m hoch werden können. (7VP)
Ermitteln Sie, welche Höhe eine Fichte, deren Wachstum durch die Funktion f beschrieben wird, maximal erreichen kann (gerundet auf ganze Meter).

Fichte (Längenwachstum in Meter/Jahr)

