Aufgabe 1

▸ Prozentualen Stand des Straßenausbaus berechnen

Von einer 10 km langen Straße wurden bereits 2.500 m ausgebaut. Die 2.500 m stellen den gesuchten Prozentwert dar, der Grundwert ist das Gesamte, d.h. 10 km.

Du sollst hier den **Prozentsatz *p*** berechnen. Nutze dazu die Formel:

$$\boxed{p = \frac{\text{Prozentwert}}{\text{Grundwert}} \cdot 100}$$

Setze hier die gegebenen Werte ein und berechne das gesuchte p. Beachte aber, dass du zunächst die Einheiten umrechnen musst:

- $1.000\,\text{m} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\text{km}$
- $2.500\,\text{m} \mathrel{\widehat{=}} 2,5\,\text{km}$

Anschließend kannst du berechnen, wie viel Prozent 2.500 m von 10 km darstellen.

Bestimme nun den Prozentsatz p:

$p = \dfrac{2.5\,\text{km}}{10\,\text{km}} \cdot 100 = 25\,\%$

Es wurden bereits **25 %** der Straße gebaut.

Aufgabe 2

▸ Funktion mit größtmöglichem Definitionsbereich kennzeichnen

Bei dieser Ausgabe hast du fünf Funktionen gegeben, von denen eine Funktion einen größtmöglichen **Definitionsbereich** hat. Dieser Definitionsbereich ist gegeben durch:

$$\mathbb{D}_f = \{x \mid x \in \mathbb{R},\ x \neq 2\}$$

Ein Definitionsbereich gibt all diejenigen Werte für x an, die in die Funktion eingesetzt werden dürfen. In unserem Fall dürfen alle Werte bis auf $\boldsymbol{x = 2}$ in die Funktion eingesetzt werden.

Betrachte die gegebenen Funktionsterme. In welchen darf die 2 nicht eingesetzt werden?

1. Funktion: $f(x) = \frac{1}{x}$

Es existiert keine Lösung, wenn der Nenner Null wird, da dann durch Null geteilt wird. Somit darf für x keine Null eingesetzt werden. Den wert 2 können wir hier also einsetzen, es handelt sich **nicht** um die gesuchte Funktion.

2. Funktion: $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$

Der Nenner wird Null, wenn $x - 2 = 0$ gilt. Das ist genau dann der Fall, wenn wir den Wert 2 einsetzen. Diese Funktion hat also den angegebenen Definitionsbereich $\mathbb{D}_f = \{x \mid x \in \mathbb{R},\ x \neq 2\}$ und es handelt sich folglich um die gesuchte Funktion.

Da in der Aufgabenstellung gegeben ist, dass nur **eine** der fünf Auswahlmöglichkeiten richtig ist, musst du die restlichen Funktionen nicht mehr untersuchen.

Aufgabe 3

▶ Funktion zum gegebenen Graphen bestimmen

Hier hast du einen Graphen zu einer Funktion gegeben, zu dem der passende Funktionsterm gefunden werden soll. Dem Graphen kannst du einige Eigenschaften entnehmen:

- An der Stelle $x = 0$ gilt $f(0) = 1$
- An der Stelle $x = -1$ gilt $f(-1) = 2$

Setze die x-Werte in die Gleichungen ein und bestimme die Funktion, die alle Eigenschaften erfüllt.

1. Eigenschaft: An der Stelle $x = 0$ gilt $f(0) = 1$

Wird eine beliebige Zahl mit Null potenziert, so ergibt das immer Eins. Die ersten vier Funktionen haben alle x als Exponenten, somit trifft für die ersten vier Funktionen die Eigenschaft zu.

Die letzte Funktion erfüllt die Eigenschaft nicht, da $\sqrt{0} = 0$ gilt.

2. Eigenschaft: An der Stelle $x = -1$ gilt $f(-1) = 2$

Zur Berechnung kannst du folgende Umformung vornehmen: $\boldsymbol{x^{-1} = \frac{1}{x}}$

Überprüfe diese Eigenschaft für die ersten vier Funktionen:

- $2^{-1} = \dfrac{1}{2} \neq 2$
- $3^{-1} = \dfrac{1}{3} \neq 2$
- $2^{-(-1)} = 2 = 2$
- $-3^{-1} = -\dfrac{1}{3} \neq 2$

Nur die dritte Funktion erfüllt diese Eigenschaft $\Longrightarrow$ Die Funktion mit dem Term $f(x) = 2^{-x}$ beschreibt den dargestellten Funktionsgraphen.

Aufgabe 4

▶ Alternative Darstellung des Funktionsterms bestimmen

Du hast einen Term $2 \cdot a^{-1}$ gegeben und sollst nun aus den fünf verschiedenen Termen einen korrekt umgeformten Term finden. Zur Erinnerung:

$$\boxed{\boldsymbol{x^{-1} = \frac{1}{x}}}$$

Daraus ergibt sich:

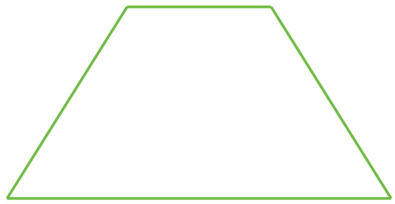
$$2 \cdot a^{-1} = 2 \cdot \frac{1}{a} = \frac{2}{a}$$

Somit ist der dritte Funktionsterm eine korrekte Umformung.

Aufgabe 5

► Trapezeigenschaften untersuchen

Bei dieser Aufgabe sollst du überprüfen, welche der gegebenen Eigenschaften auf ein Trapez zutrifft. Ein Trapez sieht wie folgt aus:



Laut Definition eines Trapezes müssen mindestens zwei Seiten eines Vierecks parallel sein. Damit ist die vierte Behauptung ist korrekt.

Aufgabe 6

► Wahrscheinlichkeit eines Würfelereignisses berechnen

Ein Würfel wird zweimal geworfen. Du sollst die Wahrscheinlichkeit dafür berechnen, dass das Produkt der beiden Augenzahlen, die aus den Würfen hervorgeht, 6 beträgt. Überlege dir zunächst, welche Zahlen gewürfelt werden können, damit ihr Produkt 6 ergibt:

Es können mit dem Würfel folgende Kombinationen geworfen werden, damit das Produkt 6 ergibt:

Wurf 1		Wurf 2
1	$\cdot$	6
6	$\cdot$	1
2	$\cdot$	3
3	$\cdot$	2

Es existieren somit 4 Kombinationen, die eintreffen können.

Die Wahrscheinlichkeit einer Kombination lässt sich durch die Multiplikation der Teilereignisse berechnen.

Da mehrere verschiedene Ereignisse existieren, müssen die Wahrscheinlichkeiten dieser zusammenaddiert werden, um die Gesamtwahrscheinlichkeit des gewünschten Ereignisses zu erhalten.

Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses berechnen

Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Wurf eine bestimmte Zahl gewürfelt wird, beträgt $\frac{1}{6}$, da 6 verschiedene Zahlen geworfen werden können und jede Zahl mit der gleichen Wahrscheinlichkeit erscheint.

Mit Hilfe der **Pfadmultiplikation** kannst du nun die Wahrscheinlichkeit dafür berechnen, dass zwei Augenzahlen hintereinander geworfen werden:

$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

Wahrscheinlichkeit aller Ereignisse berechnen

Es existieren wie überlegt 4 Kombinationen mit gleichen Wahrscheinlichkeiten, dass das

Produkt 6 ergibt. Somit werden die Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten der Kombinationen zusammenaddiert (**Pfadaddition**).

$$\frac{1}{36}+\frac{1}{36}+\frac{1}{36}+\frac{1}{36}=4\cdot\frac{1}{36}=\frac{4}{36}.$$

Die zweite Wahrscheinlichkeit ist korrekt.

Aufgabe 7

▸ Obstmenge berechnen

Du hast die Preise für Obst der beiden Güteklassen gegeben. Ein Händler verkauft 21 kg Obst für 81,00 €. Hier sollst du berechnen, wie viel Kilogramm von beiden Obstklassen verkauft wurden.

Du kannst dem Aufgabentext zwei Informationen entnehmen, mit denen du ein **lineares Gleichungssystem** aufstellen kannst:

- Insgesamt werden 21 kg Obst verkauft.
- Obst der Güteklasse A kostet 5 € pro kg, der Güteklasse B 3 € pro kg. Insgesamt wird Obst für 81 € verkauft.

Im Folgenden stellt A die Menge des Obstes der Güteklasse A dar, B die Menge der Güteklasse B. Aus den beiden Informationen ergibt sich folgendes lineares Gleichungssystem:

$$\begin{array}{lrclclr}
I & 21 & = & A & + & B & \mid \text{Rechne: } 5\cdot I \\
II & 81 & = & 5\cdot A & + & 3\cdot B & \\ \hline
Ia & 105 & = & 5\cdot A & + & 5\cdot B & \mid \text{Rechne: } Ia - II \\
II & 81 & = & 5\cdot A & + & 3\cdot B & \\ \hline
Ib & 24 & = & & & 2\cdot B & \Rightarrow B = 12 \\
II & 81 & = & 5\cdot A & + & 3\cdot B & \\ \hline
B \text{ in } I & 21 & = & A & + & 12 & \Rightarrow A = 9
\end{array}$$

Der Händler hat 9 kg Obst der Güteklasse A, sowie 12 kg Obst der Güteklasse B verkauft.

Aufgabe 8

▶ Länge des Seils berechnen

Bei dieser Aufgabe sollst du zeigen, dass sich die Länge s des Seils mit folgender Formel berechnen lässt:

$s=\left(5+\frac{1}{2}\cdot\pi\right)\cdot a$

Anhand der Zeichnung kannst du erkennen, dass sich das Seil in drei Abschnitte unterteilen lässt:

- Ein waagerechter Teil mit der Länge $3a$.
- Ein kreisförmiger Teil, der sich aus der Formel für den Kreisumfang berechnen lässt.
- Ein senkrechter Teil mit der Länge $2a$.

Die Formel zur Berechnung des Kreisumfang lautet:

$$\boxed{\boldsymbol{u=2\pi\cdot r}}.$$

Der Radius entspricht hier der Länge a. Der kreisförmige Teil des Seils entspricht einem Viertel des Kreisumfangs. Somit gilt:

$s_k=\frac{1}{4}\cdot 2\cdot\pi\cdot a=\frac{1}{2}\pi\cdot a$

Für die gesamte Seillänge folgt also:

$s=3a+\frac{1}{2}\pi\cdot a+2a=5a+\frac{1}{2}\pi\cdot a=\left(5+\frac{1}{2}\cdot\pi\right)\cdot a$

Die Aussage aus dem Aufgabentext ist damit gezeigt.

Aufgabe 9.1

▶ Graphen zeichnen

Bei dieser Aufgabe hast du den Funktionsterm

$$f(x)=-\frac{2}{3}\cdot x+2$$

gegeben und sollst seinen Graphen f in das Koordinatensystem einzeichnen. Erstelle dir dazu eine Wertetabelle und setze verscheide Werte für x ein, um den Funktionswert an dieser Stelle zu erhalten:

x	-1	0	1	2	3
f(x)					

Die Funktionswerte berechnest du anhand des Funktionsterms, indem du die x-Werte einsetzt.

Für $x=-1$ folgt:

$f(-1)=-\frac{2}{3}\cdot(-1)+2=\frac{8}{3}\approx 2,67$

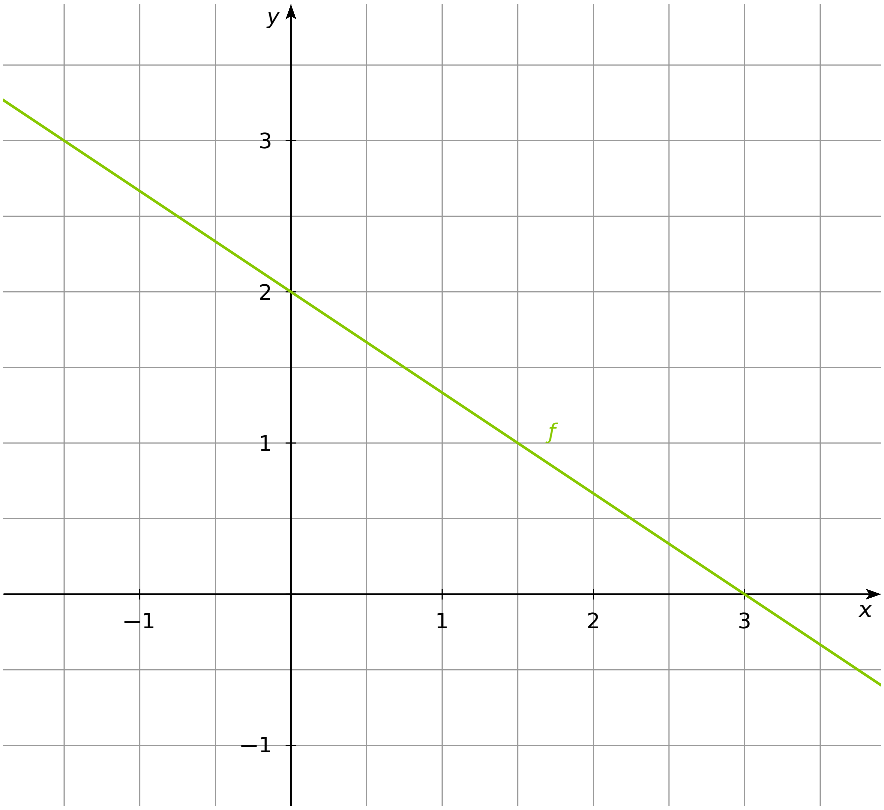
Für $x=3$ folgt:

$f(3)=-\frac{2}{3}\cdot 3+2=0$

Nach gleichem Vorgehen ergibt sich folgende Wertetabelle:

x	-1	0	1	2	3
y	2,67	2	1,33	0,67	0

Zeichne nun den Graphen zur Funktion f in das Koordinatensystem ein:



Aufgabe 9.2

▸ Funktionsgleichung zur Graden bestimmen

Die Gerade g verläuft durch die zwei Punkte $\boldsymbol{A(-1\mid 0)}$ und $\boldsymbol{B(0\mid 2)}$. Weiterhin hast du gegeben, dass g eine **lineare Funktion** ist. Die Gleichung hat somit die Form:

$$\boxed{\boldsymbol{g(x) = a\cdot x + b}}$$

Bestimme mit Hilfe der gegebenen Punkte die Parameter a und b. Setzte dazu die Punkte in den aufgestellten Term.

$I: \quad 0 = a\cdot(-1) + b$

$II: \quad 2 = a\cdot 0 + b \quad \Rightarrow b = 2$

Setze $b = 2$ in I ein:

$0 = a\cdot(-1) + 2 \quad \Rightarrow a = 2$

Nun hast du mit Hilfe der Punkte beide Parameter bestimmt und kannst diese nun in die allgemeine Gleichung einsetzen:

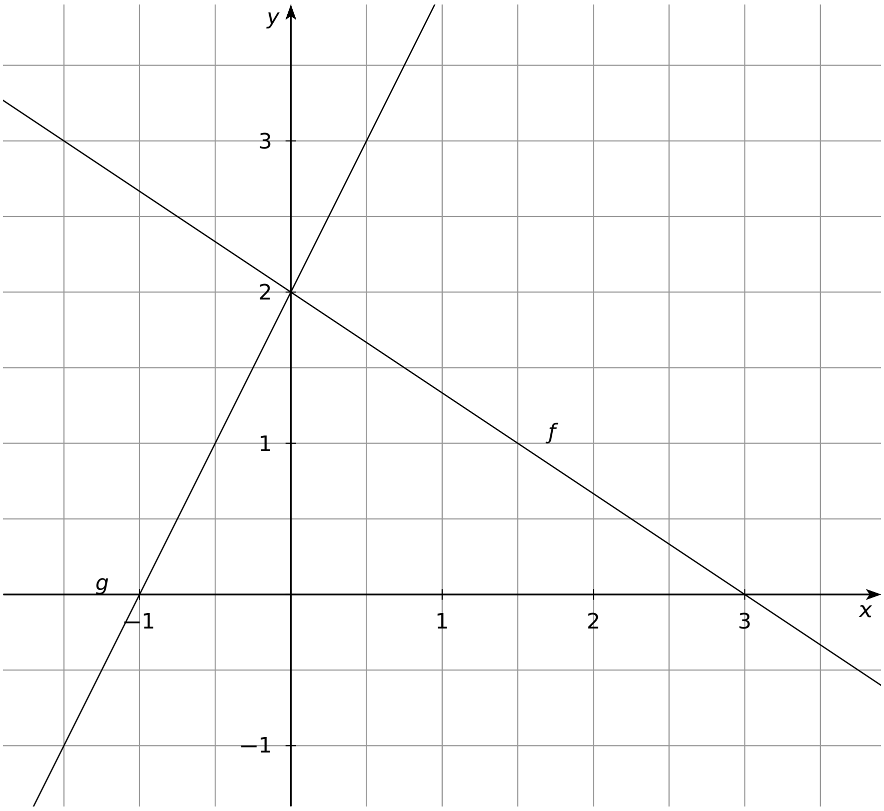
$g(x) = ax + b = 2x + 2$

$g(x) = 2x + 2$ ist eine Gleichung der Funktion g.

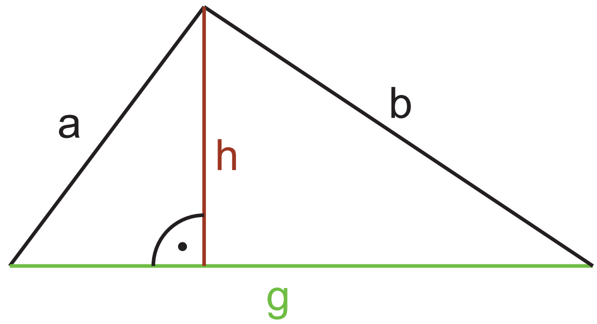
Aufgabe 9.3

▶ eingeschlossene Fläche berechnen

Die beiden Graphen zu den Funktionen f und g schließen mit der x-Achse eine Fläche ein, die berechnet werden soll. Zeichne dir dazu beide Graphen in ein Koordinatensystem ein:



Du kannst erkennen, dass die eingeschlossene Fläche ein Dreieck darstellt.



Die Formel zur Berechnung des Flächeninhaltes eines Dreiecks lautet:

$$\boxed{\boldsymbol{A} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \cdot \text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}}$$

Die Länge der Grundseite kannst du aus dem Schaubild ablesen: $g = 4\,\text{LE}$

Weiterhin kannst du die Höhe h ablesen: $h = 2\,\text{LE}$

Setze die beiden Längen nun in die Formel ein:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \text{g} \cdot \text{g} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4\,\text{FE}$$

Der Flächeninhalt beträgt 4 FE.