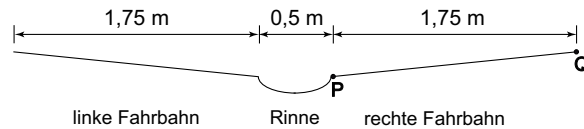


In einem Neubaugebiet wird eine Straße geplant. Die Straße soll in der Mitte eine Rinne besitzen, deren Querschnitt für $-0,25 \leq x \leq 0,25$ durch die Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{10} \left(1 + e^{-30x^2}\right)$ beschrieben werden kann. Dabei werden x und $f(x)$ in Metern angegeben.



Zwischen den Rändern der Rinne und dem Straßenrand befinden sich die zur Mitte geneigten ebenen Fahrbahnen. Der gesamte Querschnitt der Straße soll achsensymmetrisch sein.

- a) Die Punkte $P(0,25 \mid f(0,25))$ und $Q(2 \mid 0)$ begrenzen den Querschnitt der rechten Fahrbahn. (11P)
 Zeichnen Sie die Punkte P und Q in das Koordinatensystem der Anlage.
 Bestimmen Sie den Höhenunterschied zwischen Straßenmitte und Straßenrand.
 Berechnen Sie die Fahrbahnbreite unter Berücksichtigung ihrer Neigung, also den Abstand der Punkte P und Q .
 Zeigen Sie, dass der Graph von f achsensymmetrisch zur y -Achse ist.
 Für die Gerade g_1 , die zwischen den Punkten P und Q den Querschnitt der rechten Fahrbahn beschreibt, gilt näherungsweise die Gleichung $g_1(x) = 0,0659 \cdot x - 0,1318$.
 Ermitteln Sie die Gleichung der Geraden g_2 für die linke Seite der Fahrbahn.
- b) Für das Fassungsvermögen der Rinne ist ihre Querschnittsfläche maßgeblich. Diese Fläche ist im Koordinatensystem der Anlage markiert. (12P)
 Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche.
 Bei einem Starkregen steigt das Wasser auf eine Höhe von $0,16$ m über den Grund der Rinne.
 Bestimmen Sie den Inhalt der Querschnittsfläche des Wassers.
- c) Weisen Sie nach, dass für die Ableitungsfunktion von f gilt: $f'(x) = 6x \cdot e^{-30x^2}$. (11P)
 Bestimmen Sie die maximale Steigung des Rinnenquerschnitts.
 Aus Sicherheitsgründen soll an keiner Stelle des Rinnenquerschnitts der Winkel zur Horizontalen größer als 26° sein.
 Untersuchen Sie, ob diese Vorschrift eingehalten wird.
- d) Zeigen Sie, dass die rechte Fahrbahn mit der Rinne einen Knick bildet, das heißt, dass die Gerade g_1 keine Tangente an den Graphen von f ist. (11P)
 Es gibt aber Tangenten an den Graphen von f , die durch den Punkt $Q(2 \mid 0)$ verlaufen.
 Beschreiben Sie einen Lösungsweg zur Bestimmung einer Gleichung einer solchen Tangente.
 Die Gleichung einer Tangente braucht dabei nicht explizit bestimmt zu werden.

Material

Anlage

Koordinatensystem mit unterschiedlicher Achsenskalierung zu den Teilaufgaben a) und b)

