1.1) ► Entscheiden, wie viele Nullstellen die Funktion f besitzt

Gegeben ist die Funktion f mit dem Funktionsterm

$$\boldsymbol{f(x) = x \cdot (x-7) \cdot (x^2+4);\ x \in \mathbb{R}}$$

Gib an, wie viele Nullstellen f besitzt.
Eine Nullstelle an x_0 liegt dann vor, wenn der Funktionswert $f(x_0)$ an dieser Stelle x_0 Null ist. Dazu kannst du den **Satz vom Nullprodukt** verwenden: Dieser besagt, dass ein Ausdruck genau dann Null wird, wenn einer seiner Faktoren bereits gleich Null ist. Untersuche also, wann:

- x
- $(x-7)$
- (x^2+4)

gleich Null ist.

1.2) ► Entscheiden, welche Funktion h an $x = 1$ eine Extremstelle besitzt

Gegeben sind mehrere Funktionen h. Gib an, welche der Funktionen eine Extremstelle an $x = 1$ besitzt.
Liegt an einer Stelle x eine Extremstelle, so muss für die zugehörige Funktion h gelten:

- Notwendige Bedingung: $h'(x) = 0$
- Hinreichende Bedingung: $h''(x) \neq 0$

Überprüfe die erste und zweite Ableitung der gegebenen Funktionen auf diese Bedingungen.

1.3) ► Wert des Integrals berechnen

Gegeben ist das Integral:

$$\boldsymbol{\int_0^a (x^2 - 2 \cdot x)\,dx;\ x \in \mathbb{R};\ a \in \mathbb{R}^+}$$

Berechne dessen Wert. Die Stammfunktion lautet: $\frac{1}{3} \cdot x^3 - x^2$.

1.4) ► Lagebeziehung der Geraden g und i untersuchen

Gegeben sind die Geraden g und i mit

$$\boldsymbol{g: \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}} \text{ und } \boldsymbol{i: \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix};\ s, t \in \mathbb{R}}$$

Um zu überprüfen, welche der aufgezählten Lagebeziehungen bei den beiden Geraden zutrifft, kannst du folgende Eigenschaften überprüfen:

- Identisch: Richtungsvektoren sind linear abhängig und es gibt gemeinsame Punkte.

- Parallel: Richtungsvektoren sind linear abhängig.
- Windschief: Die Geraden sind weder parallel, noch haben sie gemeinsame Punkte.
- Senkrecht: Das Skalarprodukt der Richtungsvektoren ist gleich Null.

1.5) ▶ **Fehler 1. Art beim Alternativentest**

Erkläre was ein Fehler 1. Art ist. Bei einem „Fehler“ wird

- die Nullhypothese fälschlicherweise angenommen oder
- fälschlicherweise abgelehnt.

Das heißt, es fallen die Optionen 1 und 2 weg. Da sich Nullhypothese und Alternativhypothese gegenseitig ausschließen, fällt auch diese Antwortmöglichkeit weg.

2.1) ▶ **Einzeichnen der ersten Ableitung**

In der Aufgabenstellung wird verraten, dass die Abbildung den Graphen einer ganzrationalen Funktion f 3. Grades mit dem Wendepunkt W zeigt. Deine Aufgabe ist es, den Graphen der ersten Ableitung in die beigefügte Abbildung einzuzeichnen.

Verwende dabei folgende Informationen:

- Ist die Funktion f 3. Grades, so ist f' eine Funktion 2. Grades und damit parabelförmig.
- Steigt der Graph von f, so ist f' positiv, fällt er, so wird f' negativ.
- An Extremstellen von f besitzt f' Nullstellen.
- An Wendestellen von f besitzt f' Extremstellen.

Mit Hilfe dieser Informationen kannst du nun den Graphen von f' einzeichnen.

2.2) ▶ **Begründen, dass die zweite Ableitung eine Gerade ist.**

Du sollst begründen, dass die zweite Ableitung der Funktion f eine Gerade (Funktion 1. Grades ist).
In der Aufgabenstellung wird genannt, dass f eine ganzrationale Funktion 3. Grades ist. Der Grad einer ganzrationale Funktion wird über den **größten Exponenten** des Funktionsterms definiert.
Beim Ableiten werden die Exponenten der zu ableitenden ganzrationale Funktion um 1 vermindert.

3) ▶ **Untersuchen, ob A, B und C Eckpunkte eines Dreiecks sind**

Untersuche, ob A, B und C die Eckpunkte eines Dreiecks darstellen. Damit ein Dreieck entstehen kann, dürfen die Punkte nicht alle auf einer Geraden liegen.
Du kannst dabei also wie folgt vorgehen:

- Stelle die Gleichung einer Geraden auf, die durch zwei dieser Punkte verläuft.
- Überprüfe, ob der dritte Punkt auf der Geraden liegt. Ist das **nicht** der Fall, so liegt ein Dreieck vor.

4.1) ► Wahrscheinlichkeit dafür angeben, dass zwei Gummibärchen rot sind

In einer Gummibärenpackung befinden sich 10 Gummibärchen. Davon sind

- 7 rot,
- 2 gelb,
- 1 weiß.

Tina entnimmt einer vollen Werbepackung zufällig und ohne Zurücklegen zwei Gummibärchen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese beiden Gummibärchen rot sind?

Hierbei handelt es sich um **Ziehen ohne Zurücklegen** ohne Beachten der Reihenfolge.

4.2) ► Einsatz ermitteln, sodass weder Gewinn noch Verlust gemacht wird

Es wird folgendes Gewinnspiel vorgeschlagen: Nora zahlt Einsatz und zieht **ohne Zurücklegen** zwei Gummibärchen.

- Sind beide gezogenen Gummibärchen rot, erhält Nora zwei Euro ausgezahlt.
- Sind beide gezogenen Gummibärchen gelb, so erhält sie drei Euro Auszahlung.
- Haben die beiden gezogenen Gummibärchen verschiedene Farben, so bekommt sie nichts ausgezahlt.

Wie hoch muss der Einsatz sein, dass Nora auf lange Sicht weder Verlust noch Gewinn macht?

Damit Nora weder Verlust noch Gewinn macht, muss der erwartete Gewinn dem Einsatz entsprechen. Den Erwartungswert berechnest du über:

$$\boxed{\mathbb{E} = \sum \boldsymbol{g_i \cdot p_i}}$$

Dabei stellen g_i die Gewinne und p_i die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten dar. Berechne den Erwartungswert, denn dieser soll laut Voraussetzung dem Einsatz entsprechen. Du kannst also wie folgt vorgehen:

- Berechne die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ereignisse.
- Setze Wahrscheinlichkeiten und Gewinne in die Formel des Erwartungswerts und ermittle so den gesuchten Einsatz.