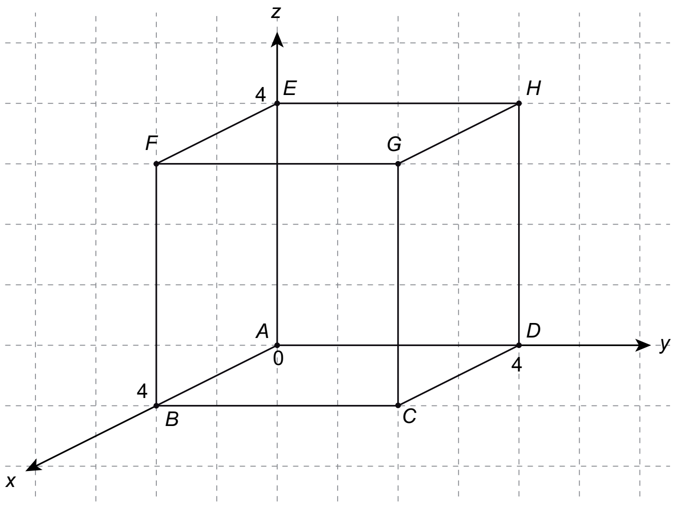
Gegeben ist ein Würfel (Abbildung rechts) durch fünf seiner Eckpunkte: $A(0 \mid 0 \mid 0)$; $B(4 \mid 0 \mid 0)$; $F(4 \mid 0 \mid 4)$; $G(4 \mid 4 \mid 4)$ und $H(0 \mid 4 \mid 4)$.



a) Geben Sie die Koordinaten der Eckpunkte D und C an. (11P)

Zeigen Sie, dass die Gerade durch die Punkte A und H durch $g_1 : \vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ beschrieben wird.

Gegeben ist die Gerade $g_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Zeigen Sie, dass die Gerade g_2 durch den Mittelpunkt der Seite $\overline{FG}$ verläuft.

Untersuchen Sie die Lagebeziehung zwischen den Geraden g_1 und g_2.

b) Für $0 \leq t \leq 4$ beschreibt die Gleichung für g_1 alle Punkte Q_t auf der Strecke $\overline{AH}$. Durch die drei Punkte B, F und Q_t ist immer ein Dreieck gegeben. (11P)

Zeigen Sie, dass dieses für $t = 2$ gleichschenklig, aber nicht gleichseitig ist.

Zeichnen Sie das Dreieck für $t = 2$ und die Höhe zur Seite $\overline{BF}$ in das Koordinatensystem.

Begründen Sie, dass die Dreiecke für verschiedene Werte von t nicht alle in derselben Ebene liegen.

(22P)