1.

a)

▸ **Bestimme die Koordinaten des Punktes *B***

Die Grundfläche der Pyramide liegt in der $x_1 - x_2$- Ebene. Das bedeutet, dass die x_3- Koordinate den Wert 0 hat.

Die Seitenlänge der Grundseite der Pyramide beträgt 12 m.

▸ **Bestimmen des Volumens *V* des Pavillons**

Der Pavillon ist eine gerade vierseitige Pyramide.

Das Volumen einer Pyramide berechnest du wie folgt:

$$\boxed{V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h}$$

b)

▸ **Bestimme eine Normalenform der Ebene *E***

Die südliche Außenwand des Pavillons wird durch das Dreieck BCS beschrieben.

Um die Normalenform aufzustellen, benötigst du den Normalenvektor $\overrightarrow{n}$ und einen Punkt, der in der Ebene liegt. Den Normalenvektor erhältst du aus dem Vektorprodukt zweier Richtungsvektoren.

Die **allgemeine Normalenform** einer Ebene lautet:

$$\boxed{\boldsymbol{E: \overrightarrow{n} \cdot (\overrightarrow{x} - \overrightarrow{p}) = 0}}$$

Dabei ist $\overrightarrow{P}$ ein Punkt auf der Ebene.

Gehe nun folgendermaßen vor:

1. Stelle zwei Richtungsvektoren auf.
2. Bestimme $\overrightarrow{n}$ mit Hilfe des Vektorprodukts.
3. Stelle eine Gleichung der Ebene E in Normalenform auf.

c)

▸ **Ermittle, in welcher Höhe die Strebe an der Außenwand befestigt wird**

Es soll eine möglichst kurze Strebe von dem Mittelpunkt M der Grundfläche zu der südlichen Außenwand angebracht werden. Die kürzeste Strebe ist die, die im rechten Winkel auf die Außenwand trifft.

Die Außenwand entspricht der Ebene E.

1. Bestimme die Koordinaten des Mittelpunktes M.
2. Stelle die Lotgerade LM auf.
3. Berechne den Schnittpunkt der Gerade LM und der Ebene E.

d)

▸ Berechne die Fläche A, die die Solarmodule bedecken

Die Solarmodule bedecken eine dreieckige Fläche, mit den Eckpunkten S und den Mittelpunkten der Kanten $\overline{SB}$ und $\overline{SC}$.

Den Flächeninhalt eines Dreiecks berechnest du wie folgt:

$$\boxed{A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_g}$$

Dabei ist g eine Seite des Dreiecks und h_g die zugehörige Höhe.

Zunächst benötigst du die Koordinaten der Mittelpunkte E und F der Kanten $\overline{SB}$ und $\overline{SC}$. Wenn du den Abstand der Punkte berechnest, erhältst du die Länge der Grundseite. Die zugehörige Höhe h erhältst du, indem du den Abstand zwischen dem Mittelpunkt der Strecke $\overline{EF}$ und dem Punkt S berechnest.

1. Berechne die Koordinaten der Mittelpunkte E und F der Seitenkanten SB und SC.
2. Ermittle den Abstand $d_{E,F}$.
3. Berechne die Höhe h.
4. Setze die Werte in die Formel zur Berechnung des Flächeninhaltes A ein.

e)

▸ Schätze die Solarleistung ab

Um anhand der Tabelle die Solarleistung abschätzen zu können, benötigst du den Neigungswinkel der Solarmodule gegen die Horizontale.

Das bedeutet, dass du den Winkel zwischen der Ebene E und der $x_1 - x_2$- Ebene berechnen musst.

Den **Winkel zwischen zwei Ebenen** berechnest du mit folgender Formel:

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}| \cdot |\overrightarrow{n_2}|}}$$

Den Normalenvektor der Ebene E hast du bereits berechnet. Ein Normalenvektor $\overrightarrow{n}_{x_1,x_2}$ der $x_1 - x_2$- Ebene lautet $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Setze nun die Normalenvektoren $\overrightarrow{n}$ und $\overrightarrow{n}_{x_1,x_2}$ in die Formel ein.

2.

a)

▸ Wert für k ermitteln

Du sollst diejenigen Werte des Parameters k ermitteln, für die die Punkte L und M_k den Abstand 4 haben. Den **Abstand zwischen zwei Punkten** berechnest du folgendermaßen:

$$\boxed{d_{L,M_k} = \sqrt{(m_{k_1}-l_1)^2+(m_{k_2}-l_2)^2+(m_{k_3}-l_3)^2}}$$

Ermittle alle Lösungen folgender Gleichung:

$$\begin{aligned} 4 &= d_{L,M_k} \\ 4 &= \sqrt{(m_{k_1}-l_1)^2+(m_{k_2}-l_2)^2+(m_{k_3}-l_3)^2} \\ 4 &= \sqrt{(k+2)^2+(k-0)^2+(k+1)^2} \end{aligned}$$

▸ Wert für k ermitteln, sodass der Abstand am geringsten ist

Jetzt sollst du k so wählen, dass L und M_k den kleinstmöglichen Abstand besitzen. **Minimiere dafür die Abstandsfunktion** $d_{L,M_k} = \sqrt{(k+2)^2+(k-0)^2+(k+1)^2}$.

Für eine Minimalstelle x_M einer Funktion f gibt es zwei Bedingungen:

- **Notwendige Bedingung:** $f'(x_M) = 0$
- **Hinreichende Bedingung:** $f''(x_M) > 0$

Bilde also mit deinem CAS die erste und zweite Ableitungsfunktion. Setze die erste Ableitung gleich 0 und überprüfe mithilfe der zweiten Ableitung, ob es sich tatsächlich um ein Minimum handelt.

b)

▸ Wert für k bestimmen, sodass sich die Geraden im Punkt T schneiden

Bestimme k so, dass sich g_k und h im Punkt $T(2\,|\,-1\,|\,3)$ schneiden.

Überprüfe zunächst, ob der Punkt T auf der Geraden h liegt.

Bestimme jetzt den Parameter k, sodass der Punkt T auch auf der Geraden g_k liegt. Setze dafür den Ortsvektor des Punktes mit der Geradengleichung gleich und löse nach k auf.

c)

▸ Bestimme die Koordinaten von den Punkten P und Q

Die Punkte P und Q sollen von dem Punkt T gleich weit entfernt sein.

Der Punkt T liegt auf der Geraden g bzw. h. Du kannst nun eine neue Geradengleichung aufstellen, die den Aufpunkt T hat. Die Richtungsvektoren bleiben unverändert. Diese Geradengleichung beschreibt dann die gleiche Gerade.

Wählst du die Gerade g mit dem Aufpunkt T, erhältst du folgende Geradengleichung:

$$g' : \overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Setzt du nun für den Parameter t den gleichen Wert mit einem positiven und einem negativen Vorzeichen ein, entfernst du dich von dem Punkt T in unterschiedliche Richtungen gleich weit. Damit erhältst du die Koordinaten der Punkte P und Q, die auf der Geraden g_1 liegen.

d)

▸ Ermittlung der Koordinaten der Punkte U und V

Die Punkte P, Q, U und V bilden das Rechteck $PUQV$. Die Diagonalen des Rechtecks sind gleich lang und halbieren sich in der Mitte in dem Punkt T. Das bedeutet, dass die Eckpunkte des Rechtecks von Talle den selben Abstand haben.

Gehe in zwei Schritten vor:

1. Berechne den Abstand d zwischen den Punkten T und P
2. Bestimme den Einheitsvektor des Richtungsvektors v der Gerade h'