

a) ▶ **Fehlenden Tabellenwert für 1990 berechnen**

(14P)

In der Tabelle sind angegeben:

- Die Anzahl der Wahlberechtigten
- Die Anzahl der Wähler
- Die Wahlbeteiligung in %.

Du weißt aus dem Aufgabentext zudem: die Wahlbeteiligung gibt dir den prozentualen Anteil der Wahlberechtigten an, die tatsächlich zur Wahl gegangen sind. Anders formuliert: Die Anzahl der Wahlberechtigten ist der Grundwert, die Anzahl der Wähler ist der Prozentwert und die Wahlbeteiligung ist der Prozentsatz. Berechne also 77,8 % von 60,4 Millionen.

▶ **Fehlende Werte für 2005 berechnen**

Aus der Aufgabenstellung ist bekannt: von 1990 bis 2009 ist der Mittelwert der Anzahlen der Wahlberechtigten 61,2 Millionen. Den Mittelwert dieser sechs Anzahlen kannst du berechnen, indem du die Anzahlen zunächst **addierst** und dann durch **sechs teilst**.

In der Spalte für 2005 fehlt die Anzahl der Wahlberechtigten und die Wahlbeteiligung. Bekannt ist die Anzahl der Wähler. Du kannst so vorgehen:

- Bezeichne die Anzahl der Wahlberechtigten in 2005 mit x . Du weißt, dass er Mittelwert dieser Anzahlen 61,2 Millionen betragen soll. Berechne also den Mittelwert, setze ihn gleich 61,2 Millionen und löse nach x auf.
- Die Wahlbeteiligung gibt dir an, wie viel Prozent der Wahlberechtigten wirklich gewählt haben. Berechne also, welchem prozentualen Anteil an der Anzahl der Wahlberechtigten die Anzahl der Wähler entspricht.

▶ **Prozentualen Anteil der Nichtwähler in 2009 berechnen**

Betrachte die Tabelle: die Wahlbeteiligung gibt den Prozentsatz p_W % der Wähler an. Für den Prozentsatz p_N % der Nichtwähler gilt also:

$$p_N = 100 - p_W.$$

▶ **Aussage des Artikels beurteilen**

Laut Artikel bildeten die Nichtwähler die „stärkste Partei“; es muss also mehr Nichtwähler als CDU/CSU-Wähler gegeben haben. Für die CDU und CSU ist angegeben, dass sie auf 33,2% der Stimmen kamen. „Stimmen“ heißt aber: „Wähler“. Insgesamt haben also 33,2% der Wähler für die CDU/CSU gestimmt. Der Anteil der Nichtwähler bezieht sich aber auf die Wahlberechtigten. Ermittle also, wie viel Prozent der Wahlberechtigten für die CDU/CSU gestimmt haben und vergleiche dann. Alternativ kannst du auch berechnen, wie viele Personen insgesamt für die CDU/CSU gestimmt haben und dann die absoluten Zahlen vergleichen.

b) ▶ **Vertrauensintervall bestimmen**

(9P)

Sei X zunächst die Anzahl der Wähler in der Stichprobe. X kann näherungsweise als **binomialverteilte** Zufallsgröße angenommen werden mit $n = 15.320$ und p unbekannt. Einen ersten Schätzwert für p kannst du über die Angabe ermitteln, dass im Schnitt 72,4% der Wahlberechtigten zur Wahl gegangen sind. Dies ist der prozentuale Anteil der Wähler, d.h.:

$$\frac{X}{n} = 0,724.$$

Gesucht ist nun ein Intervall, in dem der tatsächliche Anteil p der Wähler mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % liegt. Einen Ansatz für dieses Problem bieten die σ -Regeln. Diese dürfen angewandt werden, wenn das Laplace-Kriterium $\sigma > 3$ erfüllt ist. Tatsächlich ergibt sich z.B. mit dem Schätzwert 0,724 für p die Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{15.320 \cdot 0,724 \cdot (1 - 0,724)} \approx 55,33 > 3.$$

Selbstverständlich kann dies nur als Näherung gesehen werden. Tendenziell kann aber davon ausgegangen werden, dass die Bedingung $\sigma > 3$ erfüllt ist.

Du kannst also so vorgehen:

- Wähle die σ -Regel, welche eine Aussage über ein 95 %-Konfidenzintervall um den **Erwartungswert** μ macht.
- Bedenke: $\mu = n \cdot p$. Forme den Ausdruck in der σ -Regel also so um, dass er eine Aussage über p macht. Hieraus ergibt sich: $P\left(\left|\frac{X}{n} - p\right| \leq 1,96\sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}\right) \leq 0,95$.
- Löse die Ungleichung nach p auf und berechne so die Grenzen des Intervalls.

► **Mögliche Ursachen für die Abweichung nennen**

Die tatsächliche Wahlbeteiligung von 0,707 ist nicht im Vertrauensintervall enthalten. Überlege dir, wie der tatsächliche Wert 0,707 und wie der Schätzwert 0,724 und das Vertrauensintervall zustande kommen:

- Für den Schätzwert wird mit 15.320 Personen eine **kleine Gruppe** befragt, von der aus dann auf alle Wähler geschlossen wird. Wie muss eine solche Gruppe von Menschen ausgewählt sein?
- Das Vertrauensintervall ist direkt an diesen ermittelten Wert gekoppelt.
- Der tatsächliche Wert zieht **alle** Wahlberechtigten und **alle** Wähler in Betracht.

c) ► **Aussage beurteilen**

(7P)

Wenn man sich etwas vom Kontext löst, so ist folgende Aussage zu beurteilen: der Stichprobenumfang wird von 15.320 verdoppelt auf 30.640. Die Behauptung ist nun, dass sich dann die Länge des Vertrauensintervalls halbiert. Du kannst also so vorgehen:

- Die Wahl des Schätzwertes $\frac{X}{n}$ hat nur Einfluss auf die **Lage**, nicht jedoch auf die **Länge** des Vertrauensintervalls. Wähle also $n = 30.640$ und behalte den Schätzwert $p = 0,724$ bei.
- Berechne mit diesen neuen Werten die Grenzen des neuen Vertrauensintervalls.
- Berechne die Länge des alten und des neuen Vertrauensintervalls und vergleiche (Lösungsweg A).
- *Alternativ* kannst du auch allgemein über den Ansatz begründen (Lösungsweg B).