1.1 ▶ **Funktion bestimmen** (7P)

Du weißt, dass die Funktion $f$ allgemein die Gleichung $f(x)) = k \cdot e^{ax^2}$ besitzt und ihr Graph durch die Punkte $P_1$ und $P_2$ verläuft. Führe mit jedem der Punkte eine Punktprobe durch und du erhältst ein Gleichungssystem mit zwei Gleichungen. Dieses kannst du mit deinem CAS lösen.

1.2 ▶ **Maximum nachweisen** (5P)

An der Stelle $x = 0$ liegt ein Maximum vor, wenn gilt:

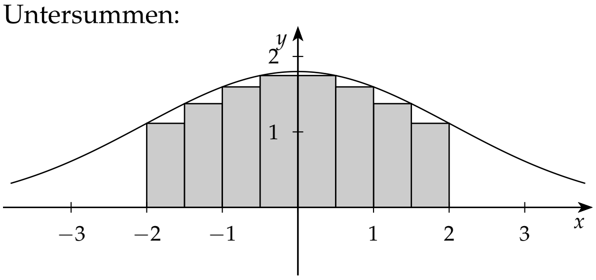
- notwendiges Kriterium: $f'(0) = 0$,
- hinreichendes Kriterium: $f''(0) < 0$

Definiere also die Funktion $f$ sowie die ersten beiden Ableitungen in deinem CAS und zeige, dass die beiden Bedingungen erfüllt sind.

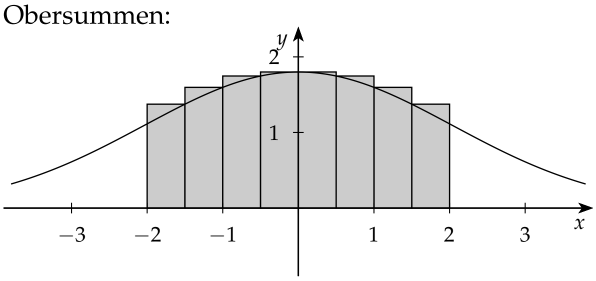
2.1 ▶ **Inhalt der Fläche näherungsweise bestimmen** (8P)

Der Inhalt des Gaubenfensters ist der Inhalt der Fläche, die vom Graphen von $f$ und der $x$-Achse zwischen $x = -2$ und $x = 2$ eingeschlossen wird. Eine gute Näherung dieses Inhalts erhältst du über das Obersummen-/Untersummenverfahren. Unterteile dazu die Fläche in 8 Streifen, die je $0,5\,\text{LE}$ breit sind.

Untersummen:




Obersummen:




Berechne die Obersumme und die Untersumme und bestimme zuletzt den Mittelwert der beiden Werte, um einen geeigneten Näherungswert für den Flächeninhalt zu erhalten. Wegen der Symmetrie des Graphen von $f$ zur $y$-Achse kannst du dich dabei jeweils auf eine Hälfte konzentrieren; wir betrachten die **positive** Seite.

**1. Schritt: Untersumme berechnen**

Es sind die Inhalte von vier Balken zu berechnen. Nutze dazu die Inhaltsformel für Rechtecke, nämlich „Länge Mal Breite“. Die Breite aller Balken ist $0,5\,\text{LE}$. Die Länge der Balken ist bestimmt durch den Funktionswert der **rechten** Kante des Balkens. Der Inhalt dieser vier Balken ist die **halbe** Untersumme, also $\frac{1}{2}A_U$.

**2. Schritt: Obersumme berechnen**

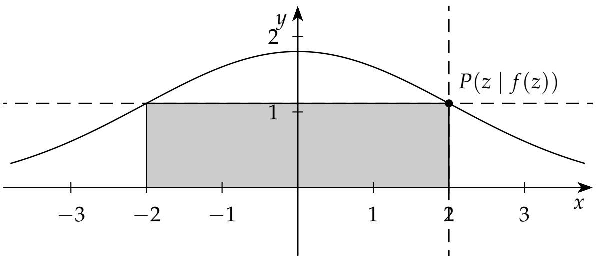
Wieder sind die Inhalte von vier Balken zu berechnen. Die Länge der Balken ist nun bestimmt durch den Funktionswert der **linken** Kante des Balkens. Der Inhalt dieser vier Balken ist die **halbe** Obersumme, also $\frac{1}{2}A_O$.

### 2.2 ▶ Prozentuale Abweichung berechnen (5P)

Du sollst die prozentuale Abweichung des Näherungswertes **vom** Wert des Computerprogramms berechnen. Der Wert $6,1966\,\text{m}^2$ aus der Aufgabenstellung ist also der Grundwert.

### 3.1 ▶ Bedeutung der Funktion $A$ erläutern (3P)

In der Aufgabenstellung ist die Abbildung in Material 3 als Hinweis gegeben. In diesem Material siehst du ein Rechteck, das dem Graphen von $f$ **einbeschrieben** ist. Dieses Rechteck ist wie der Graph von $f$ achsensymmetrisch zur $y$-Achse. Überlege dir, wie du den Flächeninhalt dieses Rechtecks berechnen kannst und welche Bedeutung dem Wert $z$ in diesem Kontext zukommt.




Für den Flächeninhalt $A$ eines Rechtecks gilt allgemein: $A = a \cdot b$, wobei $a$ und $b$ die Länge bzw. die Breite sind. In unserem Fall werden beide durch die Koordinaten von $P$ beschrieben.

### 3.2 ▶ Maße für maximalen Flächeninhalt berechnen (6P)

Die Funktion $A$ beschreibt den Flächeninhalt in Abhängigkeit des Punktes $P$. Der Flächeninhalt wird maximal, wenn die Funktion $A$ ihr Maximum annimmt.

Berechne also das Maximum $x_M$ von $A$. Dieses liegt an der Stelle vor, an der gilt:

- $A'(x_M) = 0$
- $A''(x_M) \neq 0$

Bestimme die erste und die zweite Ableitung von $A$ und löse dann die Gleichung $A'(x) = 0$, um die lokale Extremstelle zu bestimmen. Berechne zuletzt die vollständigen Koordinaten des Hochpunktes und die Seitenlängen des Rechtecks.

4. **► Ortskurve der Wendepunkte berechnen** (6P)

Gesucht ist die Gleichung der Funktion, auf deren Graph alle Wendepunkte der Graphen von $f_k$ liegen. Bestimme zunächst die Koordinaten der Wendepunkte und ermittle anschließend die Gleichung der Ortskurve.

**1. Schritt: Koordinaten der Wendepunkte berechnen**

Ein Wendepunkt des Graphen von $f_k$ liegt an einer Stelle $x_W$ vor, wenn gilt

- notwendiges Kriterium: $f_k''(x_W) = 0$
- hinreichendes Kriterium: $f_k'''(x_W) \neq 0$

Bilde also zunächst die zweite und die dritte Ableitung von $f_k''$ und $f_k'''$. Setze dann $f_k''(x) = 0$, um die potentiellen Wendestellen zu finden und untersuche das hinreichende Kriterium.

**2. Schritt: Gleichung der Ortskurve berechnen**

Betrachte die Koordinaten der Wendepunkte: Die $x$-Koordinate ist **unabhängig** von $k$. Was heißt das für die Lage aller dieser Punkte?