Spiegelungen

Spiegelungen lassen sich durch eine Abbildungsmatrix darstellen.

Spiegelung an der x- oder y-Achse

Die Abbildungsgleichung lautet hierbei $x' = x, \;\; y' = -y$ (Spiegelung an x-Achse) bzw. $x' = -x, \;\; y' = y$ (Spiegelung an y-Achse).

Die entsprechende Abbildungsmatrix lautet $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{p'} = A \cdot \vec{p}$ (Spiegelung an der x-Achse) bzw. $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{p'} = A \cdot \vec{p}$ (Spiegelung an der y-Achse).

Beispiel

Das Dreieck ABC mit $A(1 \mid 3)$, $B(3 \mid 2)$ und $C(5 \mid 1)$ soll an der x-Achse gespiegelt werden.

Für den Bildpunkt A' gilt $\overrightarrow{a'} = A \cdot \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 0 \cdot 3 \\ 0 \cdot 1 + (-1) \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Für die anderen Bildpunkte entsprechend. Somit ergeben sich die Bildpunkte $A'(1 \mid -3)$, $B'(3 \mid -2)$ und $C'(5 \mid -1)$.

Spiegelung an einer Winkelhalbierenden

$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{p'} = A \cdot \vec{p}$ (Spiegelung an der 1. Winkelhalbierende)

$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{p'} = A \cdot \vec{p}$ (Spiegelung an der 2. Winkelhalbierende)

Spiegelung an einer Ursprungsgeraden

Spiegelung an einer Ursprungsgeraden, die mit der x-Achse einen Winkel von φ.

$A = \begin{pmatrix} \cos(2\varphi) & \sin(2\varphi) \\ \sin(2\varphi) & -\cos(2\varphi) \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{p'} = A \cdot \vec{p}$