a) (1) **▶ Bestimmen des Verhaltens der Funktionswerte von f_a für $x \to \pm\infty$** (7P)

Deine Aufgabe ist es hier, das Verhalten der Funktionswerte von f_a für $x \to \pm\infty$ in Abhängigkeit von a zu bestimmen. Da Parameter a alle Werte ungleich Null annehmen kann, muss hier eine Fallunterscheidung durchgeführt werden. Dabei muss hier zwischen positiven und negativen Parameterwerten für a unterschieden werden.
Beim Ermitteln der Grenzwerte von $f_a(x)$ für $x \to \pm\infty$ kannst du dein CAS verwenden.

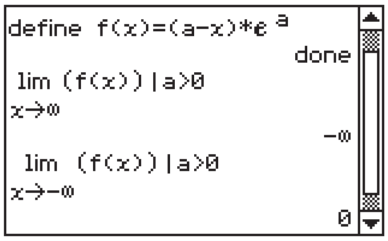
1. Fall: $a > 0$

Willst du die Grenzwerte von $f_a(x)$ für Parameterwerte größer Null untersuchen, so legst du den Funktionsterm zunächst im Main-Modus deines CAS fest.

Hast du diesen dort definiert, so fügst du über diese Eingabenfolge den `Limes`-Befehl in den Main-Modus ein:

`keyboard → 2D → Calc → Calc`.

Hast du diesen eingefügt, so lässt du die Grenzwerte von $f_a(x)$ und für $x \to \pm\infty$ für $a > 0$ wie im Schaubild rechts berechnen.

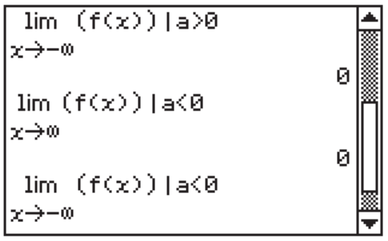


Es gilt also für $a > 0$:

- $\lim\limits_{x\to\infty} (f_a(x)) = -\infty$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} (f_a(x)) = 0$

2. Fall: $a < 0$

Willst du die Grenzwerte von $f_a(x)$ für Parameterwerte kleiner Null untersuchen, so gehst du hier vor wie oben. Lasse die Grenzwerte von $f_a(x)$ für $x \to \pm\infty$ und für $a < 0$ wie im Schaubild rechts berechnen.



Es gilt also für $a < 0$:

- $\lim\limits_{x\to\infty} (f_a(x)) = 0$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} (f_a(x)) = \infty$

(2) **▶ Berechnen der Länge der Strecke in Abhängigkeit von a**

Deine Aufgabe ist es hier, die Länge l_S der Strecke S zu berechnen, welche durch die jeweiligen Achsenschnittpunkte von G_a festgelegt wird. Berechne dazu im ersten Schritt die Schnittpunkte von G_a mit der x - bzw. der y - Achse in Abhängigkeit von a.
Hast du die Schnittpunkte von G_a mit den Koordinatenachsen bestimmt, so berechnest du im zweiten Schritt über die unten beschriebene Abstandsformel, den Abstand l_S zwischen den Schnittpunkten von G_a mit den Koordinatenachsen:

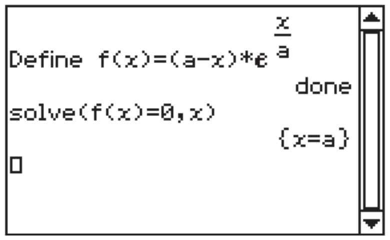
$$l_S = \sqrt{(x_{P_1} - x_{P_2})^2 + (y_{P_1} - y_{P_2})^2}$$

1. Schritt: Berechnen der Schnittpunkte von G_a mit den Koordinatenachsen

Schnittpunkte von G_a mit der x - Achse

Willst du die Schnittpunkte von G_a mit der x - Achse bestimmen, so setzt du den Funktionsterm von f_a gleich Null und löst die resultierende Gleichung nach x auf, wobei dir dein CAS behilflich sein kann.

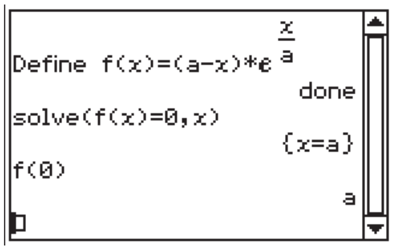
Verwende dazu den `solve`-Befehl im Main-Modus deines CAS. Dieser Befehl, löst die in die Klammer eingetragene Gleichung nach jener Variablen, welche getrennt durch ein Komma hinter die Gleichung eingetragen wird. Wende zum Bestimmen der Nullstellen von f_a den Befehl wie im Schaubild rechts an.



G_a schneidet die x - Achse also im Punkt $P_1(a \mid 0)$.

Schnittpunkt von G_a mit der y - Achse

Willst du den Schnittpunkt von G_a mit der y - Achse bestimmen, so setzt du $x = 0$ in den Funktionsterm von f_a ein. Dazu kannst ebenfalls dein Computer Algebra System verwenden (siehe rechts).
Es gilt: $f_a(0) = a$.



G_a schneidet die y - Achse also im Punkt $P_2(0 \mid a)$.

2. Schritt: Bestimmen der Länge l_S der Strecke S in Abhängigkeit von a

Berechne nun mit der oben angegebenen Abstandsformel die Länge l_S der Strecke S. Setze dazu die Koordinaten der Schnittpunkte P_1 und P_2 von G_a wie folgt in die Formel ein:
$l_S = \sqrt{(a-0)^2 + (0-a)^2} = \sqrt{a^2 - a^2} = \sqrt{2 \cdot a^2} = a \cdot \sqrt{2}$ LE.

$\Longrightarrow$ Die Länge der Strecke, die durch die jeweiligen beiden Achsenschnittpunkte von G_a festgelegt ist, ist $a \cdot \sqrt{2}$ LE.

b) (1) ▶ **Zeigen, dass für jeden Graphen G_a der lokale Extrempunkt auf der y - Achse liegt** (8P)

Lokale Extrempunkte befinden sich da, wo die erste Ableitungsfunktion der jeweiligen betrachteten Funktion Nullstellen besitzt. Willst du nun zeigen, dass jeder der Graphen G_a einen Extrempunkt besitzt, welcher auf der y - Achse liegt, so zeigst du, dass die erste Ableitungsfunktion f_a' von f_a eine Nullstelle bei $x_E = 0$ besitzt. Weiterhin musst du zeigen, dass die zugehörige zweite Ableitungsfunktion bei $x_E = 0$ einen Wert ungleich Null annimmt (hinreichende Bedingung für Extrempunkte).
Gehe also beim Lösen dieser Aufgabe so vor:

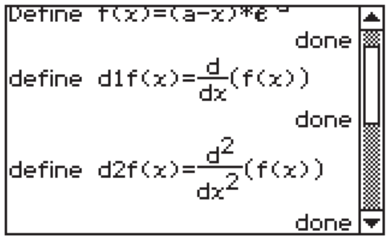
1. Schritt: Bestimmen der ersten beiden Ableitungsfunktionen f_a' und f_a''.
2. Schritt: Zeigen, dass $f_a'(0) = 0$ gilt.
3. Schritt: Zeigen, dass $f_a''(0) \neq 0$ gilt.

1. Schritt:

Verwende zum Bilden der ersten beiden Ableitungsfunktion dein CAS.

Benutze dazu den Ableitungsbefehl im Main-Modus deines CAS, welchen du über diese Eingabenfolge einfügst:

`keyboard → 2D → Calc`.

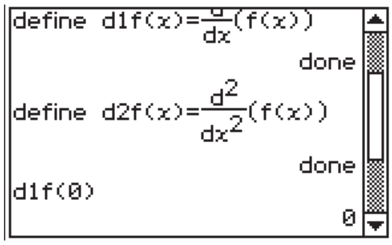


Hast du den Befehl eingefügt, so wendest du diesen wie rechts an. Die erste Ableitungsfunktion f_a' wurde hier unter `d1f` und die zweite Ableitungsfunktion f_a'' unter `d2f` festgelegt.

2. Schritt:

Setze nun $x_E = 0$ in den Funktionsterm von f_a' ein und zeige, dass die Ableitungsfunktion f_a' bei $x_E = 0$ eine Nullstelle besitzt.

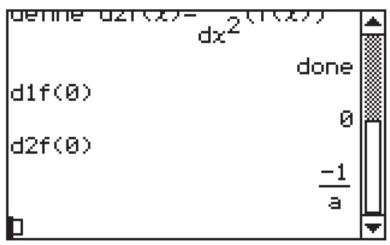
Es gilt: $f_a'(x_E) = 0$ (siehe rechts).



3. Schritt:

Setze nun $x_E = 0$ in den Funktionsterm von f_a'' ein und zeige, dass die Ableitungsfunktion f_a'' bei $x_E = 0$ einen Wert ungleich Null besitzt.

Mit dem CAS ergibt sich: $f_a''(x_E) = -\dfrac{1}{a}$.



$\Longrightarrow$ Da $f_a'(0) = 0$ und $f_a''(0) \neq 0$ gilt, hast du gezeigt, dass für jeden Graphen G_a der lokale Extrempunkt auf der y - Achse liegt.

(2) ▶ **Bestimmen der Art des Extrempunktes bei $x_E = 0$ in Abhängigkeit von a**

Die Art des Extrempunktes stellst du allgemein über die zweite Ableitungsfunktion der jeweiligen betrachteten Funktion fest (hinreichende Bedingung). Für eine Beispiel - Extremstelle bei x_B gilt:

- $f_a''(x_B) < 0 \implies$ Lokales Maximum.
- $f_a''(x_B) > 0 \implies$ Lokales Minimum.

Bestimmen der Art der Extrempunkte der Scharfunktion f_a in Abhängigkeit von a:

Setzt du $x_E = 0$ in den Term der zweiten Ableitungsfunktion f_a'' so erhältst du diesen von a - abhängigen Term (siehe oben):

$$f_a''(x_E) = -\frac{1}{a}$$

Betrachtest du den von a - abhängigen Term genauer, so kannst du Folgendes erkennen:

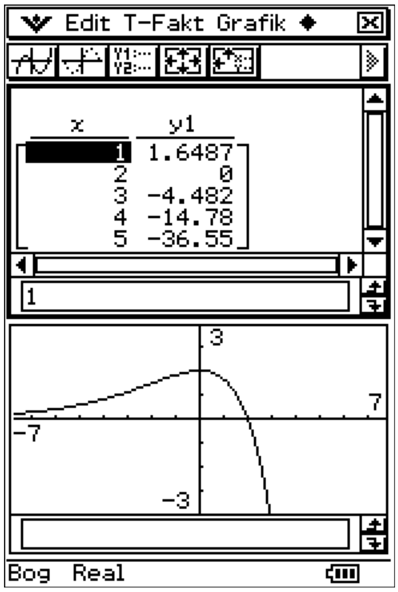
$\Longrightarrow$ Gilt $a < 0$ so besitzt der jeweilige Graph einen Tiefpunkt.

$\Longrightarrow$ Gilt $a > 0$ so besitzt der jeweilige Graph einen Hochpunkt.

(3) ▶ **Skizzieren des Graphen von f_2 im Intervall $[-7;3]$**

Zu zeichnen ist hier:

- Graph von f_2 mit $f_2(x) = (2-x)\cdot e^{\frac{x}{2}}$.



Beim Zeichnen des Graphen von f_2 kann dir dein CAS behilflich sein.

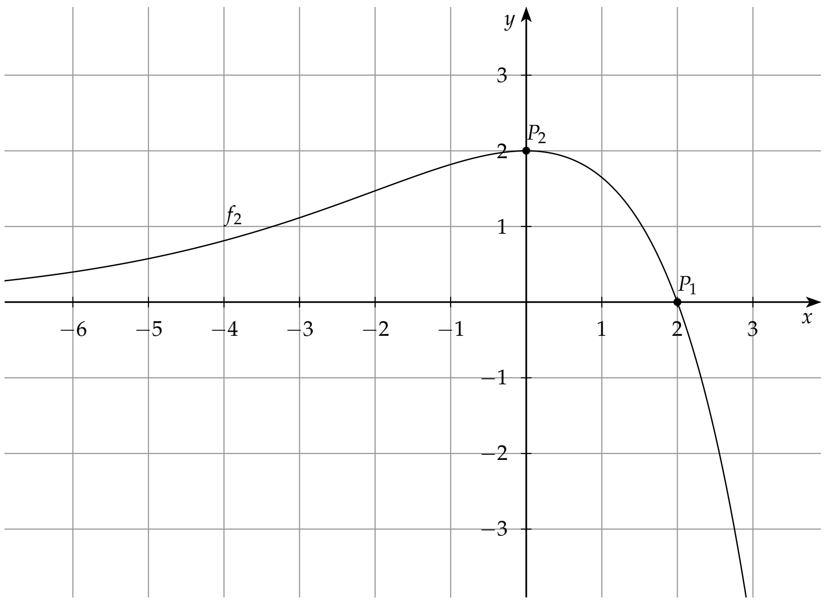
Wechsle dazu in den `Graphik`-Modus deines CAS und lasse dir dort den Graphen von f_2 anzeigen. Wird dir dieser dort angezeigt, so lasse dir über die zugehörige Wertetabelle einblenden und erstelle mit ihrer Hilfe die geforderte Zeichnung.

Beim Zeichnen des Graphen von f_2 kann es außerdem hilfreich sein, wenn du dich an den Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen von f_2 mit den Koordinatenachsen orientierst.

Deren Koordinaten sind:

- $P_1\,(2 \mid 0)$.
- $P_2\,(0 \mid 2)$ (Hochpunkt).

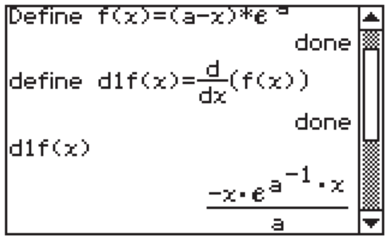
Deine Zeichnung sollte hier so aussehen:



c) (1) ► **Ermitteln des zugehörigen Parameterwertes durch inhaltliche Überlegung** (5P)

Der Aufgabenstellung kannst du entnehmen, dass ein Graph der Schar G_a an der Stelle $x = 1$ einen Anstieg von $m = -\mathrm{e}$ besitzt.

Deine Aufgabe ist es nun, durch inhaltliche Überlegung den zugehörigen Parameterwert für a zu bestimmen. Die Steigung der Graphen der Schar wird durch die erste Ableitungsfunktion f_a' von f_a beschrieben, diese war:



$f_a'(x) = \dfrac{-x \cdot \mathrm{e}^{x \cdot a^{-1}}}{a} = -\dfrac{x}{a} \cdot \mathrm{e}^{\frac{x}{a}}.$

Willst du nun durch inhaltliche Überlegung ermitteln, für welchen Parameterwert von a ein Graph der Schar G_a bei $x = 1$ einen Anstieg von $m = -\mathrm{e}$ besitzt, so betrachtest du den Wert $f_a'(1)$ genauer.

$f_a'(1) = -\dfrac{1}{a} \cdot \mathrm{e}^{\frac{1}{a}}$

Die Graphen der Scharfunktion G_a besitzen bei $x = 1$ diesen von a - abhängigen Anstieg:

$m_a = -\dfrac{1}{a} \cdot \mathrm{e}^{\frac{1}{a}}.$

Setzt du nun $a = 1$ für a in den obigen Term ein, so kannst du Folgendes erkennen:

$m_1 = -\dfrac{1}{1} \cdot \mathrm{e}^{\frac{1}{1}} = -\mathrm{e}.$

$\Longrightarrow$Der zugehörige Parameterwert ist: $a = 1$.

(2) ► **Bestimmen der Größe des Winkels**

Die Steigung der Tangente an den Graphen von f_1 bei $x = 1$ ist $m = -\mathrm{e}$. Deine Aufgabe ist es nun, die Größe des Winkels α zu bestimmen, den eben jene Tangente an der Stelle $x = 1$ mit der positiven Richtung der x - Achse einschließt. Dabei gilt dieser Zusammenhang: $\boldsymbol{\tan\alpha = m}$.

Bestimmen des Winkels α:

$$\begin{aligned} \tan\alpha &= -\mathrm{e} && \mid \tan^{-1} \\ \alpha &= \tan^{-1}(-\mathrm{e}) \\ \alpha &= 110,2\,^\circ \end{aligned}$$

$\Longrightarrow$Die Größe des Winkels ist also $110,2\,^\circ$.

d) (1) ► **Ermitteln der Gleichung der Kurve, auf welcher alle Wendepunkte von G_a liegen** (10P)

Gesucht ist hier die Ortskurve o der Wendepunkte des Graphen von f_a. Die Wendepunkte der Graphen G_a befinden sich da, wo die zweite Ableitungsfunktion f_a'' von f_a Nullstellen besitzt (notwendige Bedingung).
Bevor du jedoch diese Ortskurve o bestimmen kannst, bestimmst du die vollständigen Koordinaten der Wendepunkte der Graphen G_a in Abhängigkeit von a.

Gehe dabei so vor:

1. Schritt: Ermitteln der Nullstellen von f_a''.
2. Schritt: Berechnen der zu den im ersten Schritt ermittelten Wendestellen zugehörigen y - Koordinaten.

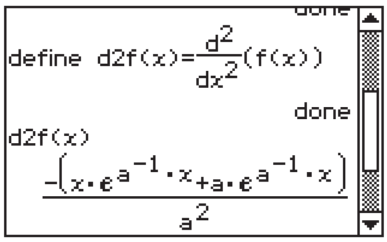
Hast du die Koordinaten der Wendepunkte der Graphen G_a in Abhängigkeit von a bestimmt, so stellst du deren x - Koordinate zunächst nach Parameter a um. Hast du die x - Koordinate nach a umgestellt, so setzt du diese in die von a abhängige y - Koordinate des Wendepunkts W_a ein.

1. Schritt:

Den Term der zweiten Ableitungsfunktion hast du bereits im zweiten Aufgabenteil bestimmt, dieser war:

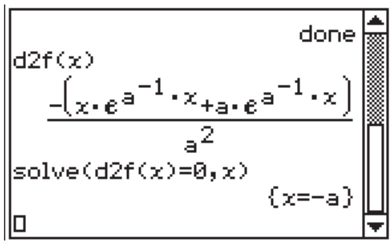
$$f_a''(x) = \frac{-\left(x \cdot e^{a^{-1} \cdot x} + a \cdot e^{a^{-1} \cdot x}\right)}{a^2} = -e^{\frac{x}{a}} \cdot \left(\frac{a+x}{a^2}\right).$$

Setze diesen nun gleich Null und löse die resultierende Gleichung nach x auf, um die x - Koordinate des Wendepunkts zu bestimmen.



Verwende dazu wie im Aufgabenteil b den `solve`-Befehl deines CAS. Wende diesen Befehl wie rechts zu sehen ist an, um die x-Koordinate des Wendepunkts zu bestimmen.

Die x - Koordinate des Wendepunkts der Graphen G_a ist also $x_W = -a$.



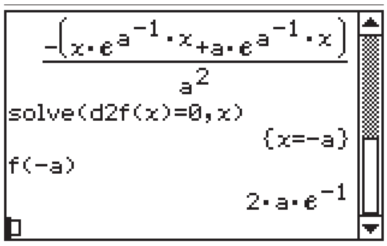
2. Schritt:

Setze nun $x_W = -a$ in den Funktionsterm von f_a ein, um die y - Koordinate des Wendepunkts W_a zu bestimmen.

Mit dem CAS ergibt sich: $f_a(-a) = 2 \cdot a \cdot e^{-1}$.

Die Koordinaten des Wendepunkts der Graphen G_a sind also:

$W\left(-a \mid 2 \cdot a \cdot e^{-1}\right)$.



3. Schritt: Bestimmen der Gleichung der Ortskurven o

Umstellen der x - Koordinaten des Wendepunkts W_a nach Parameter a:

$x_W = -a \;\Leftrightarrow\; a = -x_W$

Einsetzen der nach a umgestellten x - Koordinaten in die y - Koordinate von W_a:

$$y_W = 2 \cdot (-x) \cdot e = -2 \cdot x - e^{-1} = -\frac{2}{e} \cdot x$$

Die Ortskurve o, auf welcher alle Wendepunkte Graphen G_a liegen, hat folgenden Funktionsterm:

$$o(x) = -\frac{2}{e} \cdot x.$$

(2) ▶ **Bestimmen der Gleichung der Wendetangente an den Graphen von f_2**

Der Wendepunkt W_2 des Graphen von f_2 hat diese Koordinaten: $W_2\left(-2 \mid 4 \cdot \mathrm{e}^{-1}\right)$.

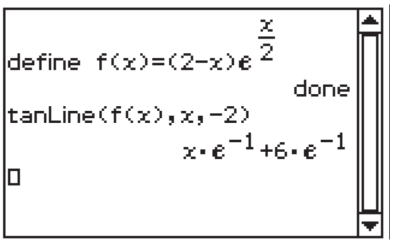
Deine Aufgabe ist es hier, die Gleichung der Tangente t an den Graphen von f_2 in dessen Wendepunkt W_2 zu bestimmen. Verwende dazu den `tanLine`-Befehl deines CAS. Dieser Befehl liefert dir den Funktionsterm einer Tangente an einen beliebigen Graphen für jede gewünschte, in den Befehl eingetragene, Stelle.

Bestimmen der Gleichung der Wendetangente t:

Bevor du damit beginnst, die Gleichung der Wendetangenten mit deinem CAS zu bestimmen, legst du den Funktionsterm $f_2(x)$ von f_2 im Main-Modus deines CAS fest.
Die Syntax des `tanLine`-Befehl ist die Folgende:
`tanLine(f(x),x,x`$_T$`)` mit:

- `f(x)`: Funktionsterm jener Funktion, an welche die Tangente angelegt werden soll.
- `x`: Variable, von welcher die betreffende Funktion abhängig ist.
- `x`$_T$: Stelle an welche die Tangente an den Graphen angelegt werden soll.

Wende mit diesen Informationen den `tanLine`-Befehl wie im unten stehenden Schaubild an, um eine Gleichung der Wendetangenten t zu bestimmen.



$\Longrightarrow$Die Gleichung der Wendetangenten t an den Graphen von f_2 ist:
$t(x) = \mathrm{e}^{-1} \cdot x + 6 \cdot \mathrm{e}^{-1} = \dfrac{x+6}{\mathrm{e}}$.

Alternativ: Bestimmen über allg. Tangentenformel

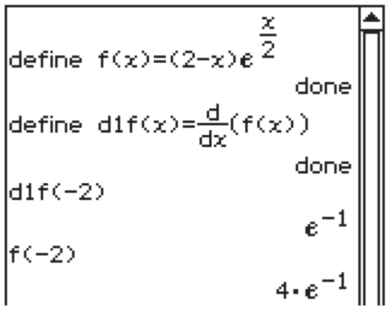
Alternativ kannst du die Gleichung der Tangenten t auch über die allgemeine Tangentengleichung bestimmen. Die allgemeine Gleichung einer Tangenten an den Graphen von f_2 an eine bestimmte Stelle x_0 ist:
$t(x) = f_2'(x_0) \cdot (x - x_0) + f_2(x_0)$.

x_0: Stelle an welche die Tangente an den Graphen von f_2 angelegt werden soll.

$f_2'(x_0)$: Ableitungswert der ersten Ableitung f_2' von f_2 bei x_0.

$f_2(x_0)$: Funktionswert von f_2 bei x_0.

Da die Tangente im Wendepunkt W_2 an den Graphen von f_2 angelegt werden soll, gilt $x_0 = -2$. Bestimme also den Ableitungswert $f_2'(-2)$ von f_2' und den Funktionwert $f_2(-2)$ an der Stelle $x_0 = -2$. Bilde dazu zunächst die erste Ableitungsfunktion von f_2 wie oben mit deinem CAS und berechne anschließend wie im Schaubild rechts $f_2'(-2)$ und $f_2(-2)$.



$\Longrightarrow$Die Gleichung der Wendetangenten t an den Graphen von f_2 ist:

$t(x) = \mathrm{e}^{-1} \cdot x + 6 \cdot \mathrm{e}^{-1} = \dfrac{x+6}{\mathrm{e}}.$

e) (1) ▶ **Bestimmen der Querschnittsfläche des Kettenanhängers für alle $k < 0$** (5P)

Der Aufgabenstellung kannst du entnehmen, dass jeweils ein Graph G_a für $a > 0$ und der zugehörige an der x - Achse gespiegelte Graph, sowie die Gerade $x = k$ die Form eines Kettenanhängers begrenzen. Um dabei den zugehörigen Materialbedarf bestimmen zu können, wird der Inhalt Q der Querschnittsfläche benötigt. Deine Aufgabe ist es hier, für alle $k < 0$ den Inhalt Q der Querschnittsfläche des Kettenanhängers zu bestimmen.

Aufgrund der Symmetrie des Graphen von f_a zur x - Achse ist es ausreichend, wenn hier nur G_a betrachtet wird. Zu berechnen ist hier also das Integral über f_a von einer variablen unteren Grenze $x_1 = k$ mit $k < 0$ bis zur Nullstelle der Funktion f_a bei $x_2 = a$ mit $a > 0$. Berechne dieses Integral im Main-Modus deines CAS. Vergiss dabei nicht, die Querschnittsfläche zu verdoppeln, da wie oben schon erwähnt, auch der an der x - Achse gespiegelte Graph von f_a hier berücksichtigt werden muss.

Berechnen der Querschnittsfläche Q in Abhängigkeit von a und k:

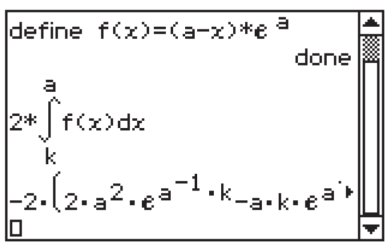
Nach den oben gemachten Angaben ergibt sich die Querschnittsfläche Q des Anhängers über diesen Ansatz:

$$Q = 2 \cdot \left(\int_k^a f_a(x)\,\mathrm{d}x \right).$$

Berechne dieses Integral nun im Main-Modus deines CAS. Füge dazu zunächst über diese Eingabenfolge den Integral-Befehl in den Main-Modus ein:

`keyboard → 2D → Calc`.

Hast du den Integral-Befehl wie oben beschrieben eingefügt, so berechnest du das Integral über f_a, nach dem obigen Ansatz, wie im Schaubild rechts.



$\Longrightarrow$Die Querschnittsfläche Q ergibt sich also über diese Formel:

$Q = -2 \cdot \left(2 \cdot a^2 \cdot \mathrm{e}^{a^{-1} \cdot k} - a \cdot k \cdot \mathrm{e}^{a^{-1} \cdot k} - a^2 \cdot \mathrm{e}\right).$

(2) ▶ **Bestimmen des Wertes für a für $k = -6$ und $A(a) = 10\,\mathrm{cm}^2$**

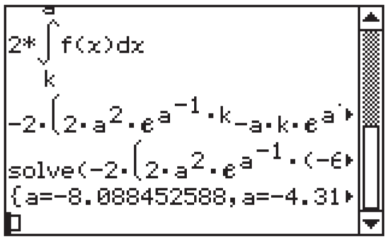
Nun ist es deine Aufgabe, Parameter a für $k = -6$ und einer Querschnittsfläche von $A(a) = 10\,\mathrm{cm}^2$ zu bestimmen. Für die Querschnittsfläche Q in Abhängigkeit von a, welche du im vorherigen Aufgabenteil bestimmt hast, soll also gelten:

$Q = A(a) = 10\,\text{cm}^2$.

Setzt du $k = -6$ in den oben bestimmten Term ein und setzt du diesen gleichzeitig mit $10\,\text{cm}^2$ gleich, so resultiert diese Gleichung:

$$A(a) = 10\,\text{cm}^2$$
$$10\,\text{cm}^2 = -2 \cdot \left(2 \cdot a^2 \cdot \mathrm{e}^{a^{-1}\cdot(-6)} - a \cdot (-6) \cdot \mathrm{e}^{a^{-1}\cdot(-6)} - a^2 \cdot \mathrm{e}\right)$$

Löse diese Gleichung nun mit deinem CAS, um den gesuchten Parameterwert für a zu bestimmen. Wende dazu den `solve`-Befehl im Main-Modus deines CAS an (siehe oben). Hast du den `solve`-Befehl hier richtig angewandt, so sollte dieser und das zugehörige Ergebnis wie im Schaubild rechts aussehen.



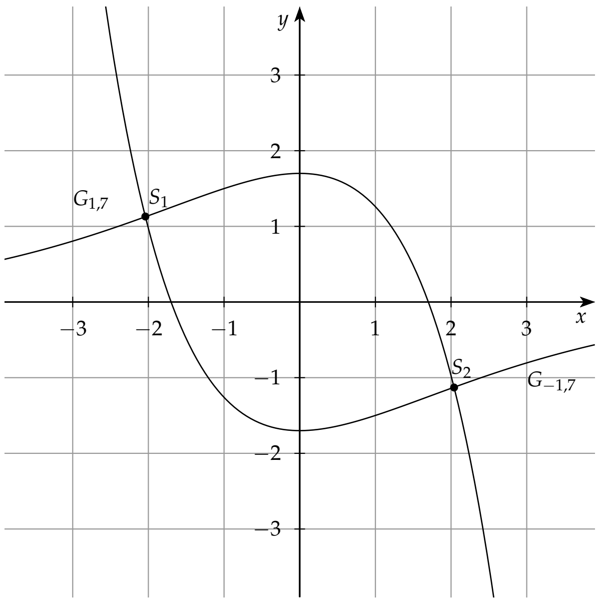
$\Longrightarrow$Da $a > 0$ gilt (siehe Aufgabenstellung), ist der gesuchte Parameterwert für a: $a = 1{,}377$.

f) ▶ **Experimentelles Bestimmen von Parameter *a*** (5P)

Der Aufgabenstellung kannst du entnehmen, dass die Graphen G_a und G_{-a} eine Fläche einschließen, die als Querschnittsfläche für eine neue Form des Kettenanhängers genutzt werden soll. Deine Aufgabe ist es, Parameter a mit $1{,}70 < a < 1{,}73$ **experimentell** auf drei Nachkommastellen genau zu bestimmen, damit der Flächeninhalt des Querschnitts des Kettenanhängers auf ein Tausendstel genau 10,001 cm^2 beträgt, wobei 1 LE =1 cm gilt.

Bevor du beginnst, diese Aufgabe zu lösen, kann es sinnvoll sein, wenn du dir den Sachverhalt zunächst skizzierst, wobei du deinen CAS beim Skizzieren der Graphen zu Hilfe nehmen kannst (siehe Aufgabenteil b (3)). Hier wurde der Sachverhalt zum Beispiel für $a = 1{,}70$ skizziert:

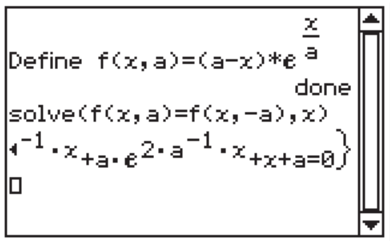
In der nebenstehenden Skizze ist die von den Graphen $G_{1,7}$ und $G_{-1,7}$ eingeschlossene Fläche zu sehen, welche die Querschnittsfläche für eine neue Form des Kettenanhängers repräsentieren soll.
Der Skizze kannst du weiterhin entnehmen, dass eben diese Fläche durch die Schnittpunkte S_1 und S_2 der Graphen $G_{1,7}$ und $G_{-1,7}$ begrenzt wird. Außerdem ist zu sehen, dass der Graph $G_{1,7}$ im Intervall zwischen den Schnittpunkten oberhalb des Graphen $G_{-1,7}$ verläuft.
Der Flächeninhalt der Fläche zwischen den $G_{1,7}$ und $G_{-1,7}$ berechnet sich also über ein Integral (siehe unten).



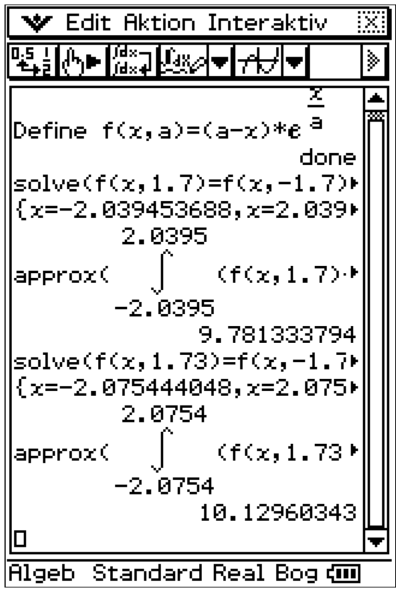
Der oben eingeschlossene Flächeninhalt berechnet sich hier also über dieses Integral:

$$A_{a=1,7} = \int_{x_{S_1}}^{x_{S_2}} \left(f_{1,7}(x) - f_{-1,7}(x)\right)\,\mathrm{d}x.$$

Beim Lösen dieser Aufgabe wäre also die erste Intuition, zunächst einmal die Schnittpunkte von G_a und G_{-a} in Abhängigkeit von a zu bestimmen und mit diesen dann den allgemeinen Flächeninhalt zwischen den Graphen G_a und G_{-a} ebenfalls in Abhängigkeit von a zu bestimmen.
Hätte man dann den von a abhängigen Flächeninhalt A_a, so würde sich a, unter Betrachtung der passenden Nebenbedingungen, wie in der Aufgabenstellung gefordert bestimmen lassen.



Bei diesem Lösungsweg wirst du aber recht schnell merken, dass ein Problem beim Berechnen der Koordinaten der allgemeinen Schnittpunkte von G_a und G_{-a} vorliegt. Wie im Bild rechts zu sehen ist, ist dein CAS nicht dazu in der Lage, die Gleichung
$f_a(x) = f_{-a}(x)$
nach x aufzulösen.
Das heißt, der Parameterwert für a muss über einen alternativen Lösungsansatz, dem **systematischen Probieren** bestimmt werden. Ein naiver Ansatz dazu wäre, den Flächeninhalt der Fläche zwischen den Graphen G_a und G_{-a} für jeden Parameterwert von a mit drei Nachkommastellen, welcher im Intervall $1{,}70 < a < 1{,}73$ liegt, zu berechnen und so das passende a zu bestimmen.

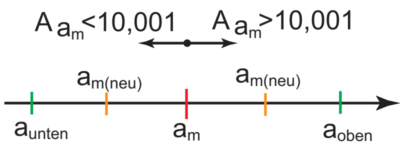


Da dieser Lösungsweg sehr aufwändig wäre, wird hier ein anderer Lösungsansatz gewählt, welcher nach dem unten vorgestellten Schema abläuft.
Bevor du jedoch dieses Schema anwenden kannst, musst du die Flächeninhalte $A_{1,7}$ und $A_{1,73}$ der Fläche zwischen den Funktionen an den Intervallsgrenzen berechnen. Berechne dazu zunächst die Schnittstellen von $f_{1,7}$ und $f_{-1,7}$ bzw. $f_{1,73}$ und $f_{-1,73}$, anschließend integrierst du über die Differenz von $f_{1,7}$ und $f_{-1,7}$ bzw. $f_{1,73}$ und $f_{-1,73}$ innerhalb der Grenzen der zugehörigen Schnittstellen (siehe rechts).
Es gilt also $A_{1,7} = 9{,}781$ und $A_{1,73} = 10{,}124$, dass heißt, dass der Flächeninhalt zwischen den Funktion mit wachsendem a auch größer wird.

Gehe beim Lösen dieser Aufgabe nun nach diesem Schema vor:

1. Schritt: Bestimme die Intervallmitte a_m des Intervalls $1{,}70 < a < 1{,}73$
2. Schritt: Berechne die Schnittstellen x_{S_1} und x_{S_2} von G_{a_m} und G_{-a_m}
3. Schritt: Berechne den Flächeninhalt A_{a_m} wie oben über ein Integral in den Grenzen der Schnittstellen x_{S_1} und x_{S_2}

4. Schritt: Entscheide: Gilt $A_{a_m} = 10,001$? Wenn **ja**: gesuchter Parameterwert für a ist gefunden. Wenn **Nein**:
   - Entscheide ob $A_{a_m} < 10,001$, wenn ja, dann berechne neue Intervallmitte $a_{m(neu)}$ des Intervalls $a_{m(alt)} < a < a_{\text{oben}}$, wenn nein ($A_{a_m} > 10,001$), dann berechne neue Intervallmitte $a_{m(neu)}$ des Intervalls $a_{\text{unten}} < a < a_{m(alt)}$



   - a_{unten} bzw. a_{oben} entsprechen jeweils der oberen bzw. unteren Intervallsgrenze des ursprünglichen Intervalls (beim ersten Durchgang also: $a_{\text{unten}} = 1,70$ und $a_{\text{oben}} = 1,73$).
   - Kehre zurück zu Schritt 2

Bei diesem Verfahren wird also, ausgehend von der ersten Intervallmitte des Intervalls $1,70 < a < 1,73$ immer entschieden, in welchem Intervall, also dem rechts oder links der Intervallmitte, der gesuchte Wert von a liegen muss. Dieses Verfahren musst du dann so lange durchführen, bis du den Wert für a auf drei Stellen genau gerundet, für den $A_a = 10,001\,\text{cm}^2$ gilt, gefunden hast.

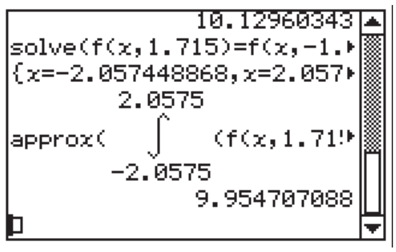
Du könntest hier also so vorgegangen sein:

1. Durchgang

1. Schritt: $a_m = \dfrac{1,70 + 1,73}{2} = 1,715$

2. Schritt: Schnittstellen $x_{S_1} = -2,0575$ und $x_{S_2} = 2,0575$ berechnet wie oben über CAS durch Lösen der Gleichung $f_{1,715}(x) = f_{-1,715}(x)$.

3. Schritt: Berechne den gesuchten Flächeninhalt $A_{1,715}$ über ein Integral. Integriere dazu über die Differenz der Funktionen $f_{1,715}$ und $f_{-1,715}$ zwischen den Schnittstellen $x_{S_1} = -2,0575$ und $x_{S_2} = 2,0575$. Das Integral kannst du wie rechts mit deinem CAS berechnen.
Es gilt also: $A_{1,715} = 9,955$.

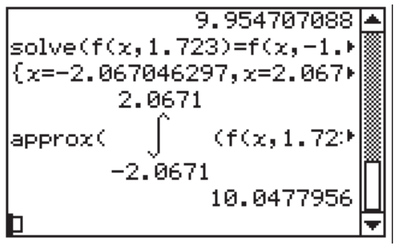


4. Schritt: Da $A_{1,715} = 9,955$ und somit $A_{1,715} < 10,001$ gilt, muss das gesuchte a im Intervall $1,715 < a < 1,73$ liegen. Die neue Intervallmitte a_m ist also:
$a_m = \dfrac{1,715 + 1,73}{2} = 1,723$

2. Durchgang: $a_m = 1,723$

2. Schritt: Schnittstellen $x_{S_1} = -2,0671$ und $x_{S_2} = 2,0671$ berechnet wie oben über CAS durch Lösen der Gleichung $f_{1,723}(x) = f_{-1,723}(x)$.

3. Schritt: Berechne den gesuchten Flächeninhalt $A_{1,723}$ über ein Integral. Integriere dabei über die Differenz der Funktionen $f_{1,723}$ und $f_{-1,723}$ zwischen den Schnittstellen $x_{S_1} = -2,0671$ und $x_{S_2} = 2,0671$ (siehe rechts). Es gilt also: $A_{1,723} = 10,048$.



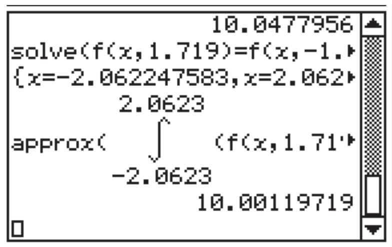
4. Schritt: Da $A_{1,723} = 10,048$ und somit $A_{1,723} > 10,001$ gilt, muss das gesuchte a im Intervall $1,715 < a < 1,723$ liegen. Die neue Intervallmitte a_m ist also:

$$a_m = \frac{1,715 + 1,723}{2} = 1,19$$

3. Durchgang: $a_m = 1,719$

2. Schritt: Schnittstellen $x_{S_1} = -2,0623$ und $x_{S_2} = 2,0623$ berechnet wie oben über CAS durch Lösen der Gleichung $f_{1,719}(x) = f_{-1,719}(x)$.

3. Schritt: Berechne den gesuchten Flächeninhalt $A_{1,719}$ über ein Integral. Integriere dabei über die Differenz der Funktionen $f_{1,719}$ und $f_{-1,719}$ zwischen den Schnittstellen $x_{S_1} = -2,0623$ und $x_{S_2} = 2,0623$ (siehe rechts) Es gilt also: $A_{1,723} = 10,001$.



4. Schritt: Da $A_{1,719} = 10,001$ gilt, ist der gesuchte Parameterwert für a gefunden.

$\Longrightarrow$ Parameter a muss den Wert $a = 1,719$ annehmen, damit der Flächeninhalt der neuen Querschnittsfläche 10,001 cm^2 beträgt.