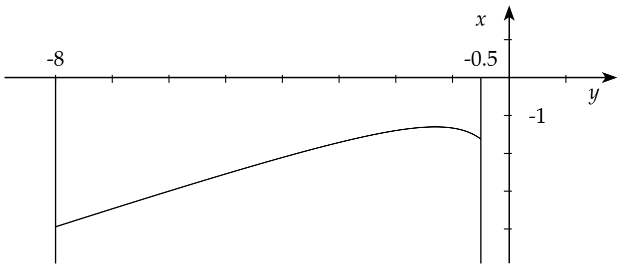
Gegeben sind die Funktionen f_a mit der Gleichung $f_a(x) = \dfrac{ax^2+3}{2x-1}$; $a \in \mathbb{R}$.
Die Graphen dieser Funktionen f_a seinen G_a.

a) Geben Sie den Definitionsbereich von f_a an und bestimmen Sie das Verhalten der Funktionswerte von f_a für $x \to +\infty$ und $x \to -\infty$ in Abhängigkeit von a für $a \geq 0$. (4P)

b) Einer der Graphen G_a hat den lokalen Extrempunkt $E(-1 \mid f_a(x))$. (17P)
Bestimmen Sie für diesen den Wert des Parameters a und die Art des Extrempunktes E.
Der zum berechneten Parameterwert $a = 1,5$ gehörende Graph hat einen weiteren lokalen Extrempunkt. Ermitteln Sie dessen Koordinaten und die Art.
[Zur Kontrolle: $f_a'(x) = \frac{2ax^2-2ax-6}{(2x-1)^2}$]

c) Zeigen Sie, dass sich alle Graphen G_a auf der y-Achse schneiden. (3P)
Weisen Sie nach, dass die Graphen in diesem gemeinsamen Punkt S_y auch eine gemeinsame Tangente t haben, und ermitteln Sie deren Gleichung.

d) Der Querschnitt eines Brückenträgers entspricht in guter Näherung modellhaft der Fläche, die der Graph G_1 und die Geraden $x = -8$ und $x = -0,5$ mit der x-Achse einschließen. (7P)
Berechnen Sie die Größe dieser Fläche auf zwei Dezimalstellen gerundet.



e) Berechnen Sie im Intervall $-8 \leq x \leq -4$ den mittleren Anstieg von G_1. (9P)
Zeigen Sie, dass die untere Begrenzung des Brückenträgers aus Teilaufgabe d auch sehr gut durch eine Gerade beschrieben werden kann, indem Sie nachweisen, dass sich der mittlere Anstieg und der maximale Anstieg von G_1 in diesem Intervall um weniger als 0,02 unterscheiden.

(40P)