Aufgabe 2

a) Der Durchmesser der Weide beträgt $50m$, der Radius ist also $r = 25m$.

Um herauszufinden, wie viel m Zaun benötigt werden, musst du den Umkreis der Weide berechnen:

$U = 2 \cdot \pi \cdot r \quad U = 2 \cdot \pi \cdot 25m = 50\pi m \approx 157,08m$

Herr Weiß benötigt $157,08m$, um seine Weide einzuzäunen.

b) Da der Zaun $1,5m$ hoch werden soll und der Umfang $U = 157,08m$ beträgt, benötigt man eine Fläche von:

$A = U \cdot h \quad A = 157,08m \cdot 1,5m = 235,62m^2$

$1m^2$ kostet 25€, deshalb beträgt der Preis:

$P = A \cdot \text{Preis pro } m^2 \quad A = 235,2m^2 \cdot 25\frac{€}{m^2} = 5890,50€.$

Herr Weiß muss 5.890,50€ investieren, um den Zaun $1,5m$ hoch zu bauen.

c) Die Fläche seiner Weide beträgt:

$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (25m)^2 = 625\pi m^2 \approx 1.963,50m^2$

Da ein Schaf $10m^2$ benötigt, kann er diese Anzahl an Schafen halten:

$$\text{Anzahl Schafe} = \frac{\text{Fläche}}{\text{Fläche pro Schaf}} = \frac{1.963,50m^2}{10m^2} = 196,35$$

Herr Weiß kann also auf seiner Weide maximal 196 Schafe halten (da Schafe nicht teilbar sind). Er müsste 4 Tiere abgeben, falls er sie artgerecht halten wollte.

d) Der Jungtierstall wird ein Viertel der Fläche einnehmen (erkennbar am rechten Winkel). Deshalb stehen für die alten Tiere nur drei Viertel der alten Fläche zur Verfügung:

$A' = \frac{3}{4} \cdot A = \frac{3}{4} \cdot 1.963,50m^2 = 1.472,62m^2$

Das heißt, es können artgerecht noch $\frac{1.472,62m^2}{10m^2} = 147,26 \approx 147$ Tiere gehalten werden.

Es müssen also $200 - 147 = 53$ Tiere zu einem Preis von je 150€ verkauft werden.

Der Verkaufserlös beträgt dann $53 \cdot 150€ = 7.950€$.

e) Für die Jungtiere gibt es eine Fläche von einem Viertel der Gesamtweide:

$A'' = \frac{1}{4} \cdot A = \frac{1}{4} \cdot 1.963,50m^2 = 490,87m^2$

Da diese nur $5m^2$ pro Tier benötigen, kann Herr Weiß in dem abgetrennten Bereich

$\frac{490,87m2}{5m^2} = 98,17 \approx 98$ Jungtiere halten.

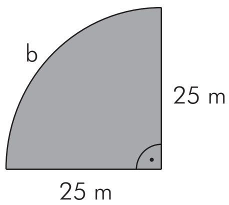
Da jedes dieser Tiere 20€ kostet, wird der Preis $98 \cdot 20€ = 1.960€$ betragen.

Herr Weiß kann auf seiner neuen Weide also 98 Jungtiere zu einem Preis von 1.960€ halten.

f) Bisher würde Herr Weiß 1.960€ für die Tiere ausgeben, es bleiben also

$7.950€ - 1.960€ = 5.990€$ für den Zaun über.

Die benötigte Fläche an Zaun berechnest du folgendermaßen:



Der Umfang des Jungtierbereichs setzt sich zusammen aus zwei mal dem Radius und dem Kreisbogen b.

Der Kreisbogen des Viertelkreises ist:

$b = \dfrac{2\pi r}{4} = \dfrac{2\pi 25m}{4} = \dfrac{157,08m}{4}$

$b = 39,27m$

Somit beträgt der Umfang:

$U = 2 \cdot r + b = 2 \cdot 25m + 39,7m$

$U = 89,7m$

Der Preis, den Herr Weiß für den Zaun bezahlen muss, ist:

Preis = Länge des Zaunes · Höhe des Zaunes · Preis pro m^2

Hier ist der Preis $P = 5.990€$, die Länge $l = 89,7m$, der Preis pro m^2 gegeben und die Höhe h ist gesucht:

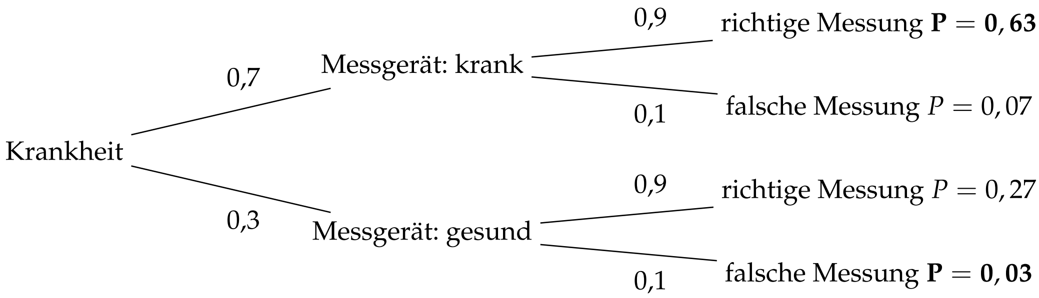
$5.990€ = 89,7m \cdot h \cdot 50\dfrac{€}{m^2}$

Nach h umstellen ergibt:

$h = \dfrac{5.990€}{89,7m \cdot 50\frac{€}{m^2}} = 1,34m$

Herr Weiß kann den Jungtierzaun $1,34m$ hoch bauen.

g)



Laut Messgerät sind 70% aller Tiere krank und 30% gesund. Da 10% aller Messungen falsch sind, sind nur $0,7 \cdot 0,9 = 0,63$ aller als krank getesteter Tiere auch wirklich krank.

Aber auch 10% der „gesunden“ Messungen sind falsch: $0,3 \cdot 0,1 = 0,03$ aller als gesund getesteter Tiere sind krank.

Es ist also:

$P(\text{tatsächlich krank}) = 0,7 \cdot 0,9 + 0,3 \cdot 0,1 = 0,63 + 0,03 = 0,66$

Es sind also 66% aller Tiere wirklich krank.

Aufgabe 3

a) Die Maklergebühr beträgt 2% des Kaufpreises, also $0,02 \cdot 145000€ = 2900€$.
Der Gesamtpreis ist dann der Preis für das Haus und die Maklergebühr, also
$145.000€ + 2.900€ = 147.900€$.

b) Wenn du einen Geldbetrag K_0 zu einem Zinssatz a anlegst, erhältst du nach t Jahren den Betrag K_t. Um K_t zu bestimmen, musst du diese Zinsformel verwenden:
$K_0 \cdot (1+a)^t = K_t$
Herr Meier besitzt heute 140.000€, also ist $K_0 = 140.000€$. Nach $t = 2$ Jahren will er $K_2 = 147.900€$ besitzen. Es ist also der Zinssatz a gesucht:

$$\begin{aligned}
140.000€ \cdot (1+a)^2 &= 147.900€ && |: 140.000€ \\
(1+a)^2 &= \frac{147.900€}{140.000€} \\
(1+a)^2 &= 1,0564 && |\sqrt{} \\
(1+a) &= 1,0278 && |-1 \\
a &= 0,0278 = 2,78\%
\end{aligned}$$

Herr Meier muss sein Geld also mit mindestens 2,78% Verzinsung anlegen, damit er sich das Haus nach zwei Jahren leisten kann.

c) Hier verwendest du wieder die Formel $K_t = K_0 \cdot (1+a)^t$. Diesmal sind allerdings a, K_0 und t gegeben und die Geldmenge K_t nach 16 Monaten gesucht.

Normalerweise wird t in ganzen Jahren angegeben. Hier hast du allerdings 16 Monate. Da ein Jahr 12 Monate sind, sind 16 Monate gleich $\frac{16}{12} = 1,33$ Teile eines Jahres. Das Geld wird also für $t = 1,33$ Jahre angelegt.

Du musst also nur noch einsetzen:

$$\begin{aligned}
140.000€ \cdot (1+0,05)^{1,33} &= K_{1,33} \\
140.000€ \cdot (1,05)^{1,33} &= K_{1,33} \\
140.000€ \cdot 1,067 &= K_{1,33} \\
149.380€ &= K_{1,33}
\end{aligned}$$

Nach 16 Monaten hat er 149.380€, er kann sich das Haus nach dieser Zeit kaufen.

d) Hier musst du ausrechnen, wie viel Geld er im Jahr 0 besitzen müsste, also wie groß K_0 ist, damit er sich nach $t = 3$ Jahren und einem Zinssatz von $a = 4\%$ das Haus kaufen könnte.

$$\begin{aligned}
K_0 \cdot (1+0,04)^3 &= 147.900€ \\
K_0 \cdot (1,04)^3 &= 147.900€ \\
K_0 \cdot 1,1245 &= 147.900€ && |: 1,1245 \\
K_0 &= 131.525,12€
\end{aligned}$$

Herr Meier müsste also mindestens 131.525,12€ besitzen, um sich das Haus nach 3 Jahren und bei 4% Verzinsung kaufen zu können.

Aufgabe 4

a) Die Spannweite ist die Differenz zwischen größtem und kleinstem Messwert.

Hier wurde die höchste Temperatur am Freitag gemessen: $16°C$.

Die geringste Temperatur wurde am Montag, Donnerstag und Sonntag gemessen: $10°C$

Die Spannweite beträgt $16°C - 10°C = 6°C$.

b) Der Modalwert ist der Messwert, der am häufigsten auftritt.

Hier wurde am Montag, Donnerstag und Sonntag die gleiche Temperatur gemessen, der Modalwert ist $10°C$.

Der Median ist der Messwert, bei dem genau die Hälfte der Werte größer und genau die Hälfte der Werte kleiner ist.

Um den Median zu bestimmen, musst du die Messwerte nach Größe sortieren.

$10°C$ $\quad 10°C$ $\quad 10°C$ $\quad \mathbf{11°C}$ $\quad 13°C$ $\quad 14°C$ $\quad 16°C$

Der Median ist $11°C$, es sind drei Messwerte größer und drei kleiner.

c) Das arithmetische Mittel $\overline{m}$ berechnest du, indem du alle Messwerte aufsummierst und durch die Anzahl der Messungen teilst.

$$\overline{m} = \frac{10°C + 10°C + 10°C + 11° + C13°C + 14°C + 10°C16}{7} = \frac{84°C}{7} = 12°C$$

Die Durchschnittstemperatur in dieser Woche war $\overline{m} = 12°C$

d) Damit die Temperaturen sich am Montag und Dienstag der nächsten Woche nicht verfälschen, muss der Durchschnittswert an diesen beiden Tagen dem arithmetischen Mittel entsprechen.

Da dieses $12°C$ beträgt, muss z.B es am Montag $13°C$ und am Dienstag $11°C$ gehabt haben, da so der Mittelwert nicht verfälscht wird.

(da $\frac{13°C + 11°C}{2} = \frac{24°C}{2} = 12°C$)

e) Die mittlere Abweichung der Temperaturen von ihrem Mittelwert berechnest du so:

$$a = \frac{|a_1 - \overline{m}| + |a_2 - \overline{m}| + ... + |a_n - \overline{m}|}{n}$$

hier ist $\overline{m}$ das arithmetische Mittel und $a_1, a_2, ...$ sind die einzelnen gemessenen Temperaturen.

Die senkrechten Striche sind Betragsstriche, du darfst nur den Betrag (=Wert) der Zahl nehmen, da negative Werte die Rechnung verfälschen würden.

Du setzt ein:

$$\begin{aligned} a &= \frac{|10-12| + |13-12| + |11-12| + |10-12| + |16-12| + |14-12| + |10-12|}{7} \\ &= \frac{|-2| + |1| + |-1| + |-2| + |4| + |2| + |-2|}{7} \\ &= \frac{2+1+1+2+4+2+2}{7} \\ &= \frac{14}{7} \\ &= 2°C \end{aligned}$$

Die Temperaturen weichen durchschnittlich um $2°C$ vom arithmetischen Mittel ab.