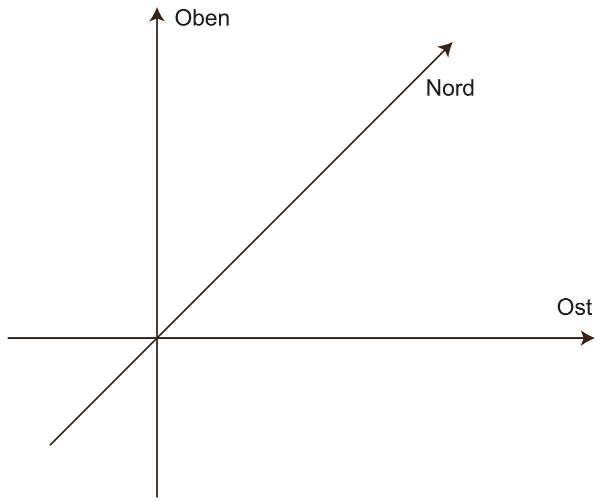
Flugzeuge beschleunigen auf Rollbahnen, die in dieser Aufgabe in einer Ebene liegen. Diese Ebene sei die x_1-x_2-Ebene eines kartesischen Koordinatensystems.
Entgegen der üblichen Schreibweise wird hier, angepasst an die Navigation auf der Erde, die folgende Darstellung gewählt:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} \text{Ost} \\ \text{Nord} \\ \text{Oben} \end{pmatrix}$$



Mit dem Abheben eines Flugzeuges beginnt die Startflugphase, die unter der Annahme einer konstanten Geschwindigkeit durch die Gerade g mit

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -200 \\ -400 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ 48 \\ 36 \end{pmatrix} \quad \text{beschrieben wird.}$$

Das Flugzeug hebt zum Zeitpunkt $t = 0$ von der Startbahn ab. Dabei beschreibt der Parameter t die Zeit in Sekunden. Die Zahlenangaben des Aufpunktvektors sind in der Einheit Meter, die des Richtungsvektors in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ zu lesen.

a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit v des Flugzeugs in der Startflugphase. (4P)
Bestimmen Sie die Größe des Steigungswinkels α, den das Flugzeug in der Startflugphase gegenüber der Rollbahn hat.

b) Der Kontrollraum des Flughafentowers befindet sich im Punkt $T(0 \mid 100 \mid 30)$. Berechnen Sie die kürzeste Entfernung des startenden Flugzeuges zum Tower des Flughafens. (7P)

c) Der Start des Flugzeuges erfolgt bei sonnigem Wetter. (10P)

Die Richtungen der Sonneneinstrahlung wird durch $\vec{s} = \begin{pmatrix} -10 \\ 20 \\ -30 \end{pmatrix}$ beschrieben.

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des Flugzeugschattens, der sich fortwährend auf der x_1-x_2-Ebene bewegt.
Erläutern Sie Aspekte, die die Geschwindigkeit des Flugzeugschattens beeinflussen.

d) Ein anderes Flugzeug, das sich zum Zeitpunkt $t = 0$ in der Position $Q(3.000 \mid -8.000 \mid 6.000)$ befindet, fliegt (auch vor dem Zeitpunkt $t = 0$) in konstanter Höhe mit einer Geschwindigkeit von 150 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ gradlinig nordwärts. Sein Flug kann also durch die Gleichung (9P)

$\vec{x} = \begin{pmatrix} 3.000 \\ -8.000 \\ 6.000 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 150 \\ 0 \end{pmatrix}$ beschrieben werden.

Bestimmen Sie zunächst den Abstand der beiden Flugzeuge zum Zeitpunkt $t = 0$.
Bestimmen Sie zudem den Zeitpunkt t, in dem sich die beiden Flugzeuge bei gleichbleibender Geschwindigkeit am nächsten kommen.