

Wahlaufgaben

Aufgaben **PLUS** Lösungen **PLUS**

W1

a) ► Kosten für Entsorgung berechnen

Die Länge der Strecke $\overline{HF}$ lässt sich mit den Strahlensätzen berechnen,

$$\frac{\overline{HF}}{54 \text{ m}} = \frac{30 \text{ m}}{45 \text{ m}} \quad | \cdot 54 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \overline{HF} &= \frac{30 \text{ m}}{45 \text{ m}} \cdot 54 \text{ m} \\ &= 36 \text{ m} \end{aligned}$$

Die Grundstücksfläche lässt sich mit der Formel für den Flächeninhalt eines Dreiecks berechnen.

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot h \\ &= \frac{1}{2} \cdot 36 \text{ m} \cdot 30 \text{ m} \\ &= 540 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Für die Kosten der Entsorgung gilt:

$$540 \text{ m}^2 \cdot 0,65 \frac{\text{€}}{\text{m}^2} = 357 \text{ €}$$

Die Kosten für die Entsorgung betragen im Jahr ca. **357 €**.

b) ► Länge der Strecke $\overline{DH}$ bestimmen

Mit dem Satz des Pythagoras gilt:

$$\overline{DG}^2 = 54 \text{ m}^2 + 45 \text{ m}^2 \quad | \sqrt{}$$

$$\overline{DG} = \sqrt{54 \text{ m}^2 + 45 \text{ m}^2}$$

$$\overline{DG} \approx 70,29 \text{ m}^2$$

Die Strecke $\overline{DH}$ lässt sich nun mit den Strahlensätzen berechnen:

$$\frac{\overline{DH}}{70,29 \text{ m}} = \frac{15 \text{ m}}{45 \text{ m}} \quad | \cdot 70,29 \text{ m}$$

$$\overline{DH} = \frac{15 \text{ m}}{45 \text{ m}} \cdot 70,29 \text{ m}$$

$$\overline{DH} \approx 23,43 \text{ m}$$

Die Strecke $\overline{DH}$ ist ca. **23,43 m** lang.

► Länge der Strecke $\overline{AB}$ bestimmen

Die Winkelsumme eines Dreiecks beträgt 180° , somit gilt für γ :

$$\gamma = 180^\circ - 55^\circ - 23^\circ = 102^\circ$$

Die Strecke $\overline{AB}$ lässt sich nun mit dem Sinussatz bestimmen:

$$\frac{\overline{AB}}{\sin(102^\circ)} = \frac{34 \text{ m}}{\sin(23^\circ)} \quad | \cdot \sin(102^\circ)$$

$$\overline{AB} = \frac{34 \text{ m}}{\sin(23^\circ)} \cdot \sin(102^\circ)$$

$$\overline{AB} \approx 85,11 \text{ m}$$

Die Strecke $\overline{AB}$ ist ca. **85,11 m** lang.

W2

a) ► Koordinaten von Q aufschreiben

Im Schaubild lässt sich ablesen, dass der Schnittpunkt der beiden Graphen die Koordinaten $Q(-1 \mid 5)$ hat.

b) ► Koordinaten von A berechnen

$$y = -2x + 3 \quad | y = 18$$

$$18 = -2x + 3 \quad | -3$$

$$15 = -2x \quad | : (-2)$$

$$\frac{15}{-2} = x$$

$$-7,5 = x$$

Der Punkt $A(-7,5 \mid 18)$ liegt auf der Geraden.

► Gleichung einer zu g parallelen Gerade aufstellen

Damit eine Gerade parallel zu g ist, muss sie die gleiche Steigung wie g haben, aber verschoben sein. Eine mögliche Geradengleichung ist $y = -2x + 4$.

c) ► **Koordinaten des Scheitelpunktes S aufschreiben**

Die Koordinaten $S(-4 \mid -4)$ lassen sich im Schaubild ablesen.

► **Funktionsgleichung von f in Scheitelpunktform aufstellen.**

Die Parabel f ist um vier Einheiten in negative x - und y -Richtung verschoben. Somit ergibt sich als Gleichung für f :

$$y = (x + 4)^2 - 4$$

► **Nullstellen von f ablesen**

Die Nullstelle $x_1 = -2$ lässt sich in der Abbildung ablesen. Da eine Parabel symmetrisch zur y -Achse ist, ergibt sich für die zweite Nullstelle $x_2 = -6$.

d) ► **Zweiten Schnittpunkt rechnerisch nachweisen**

Durch Gleichsetzen der Funktionsgleichungen von f und g , ergibt sich:

$$-2x + 3 = x^2 + 8x + 12 \quad | +2x \mid -3$$

$$0 = x^2 + 10x + 9$$

$$x_{1,2} = -\frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 9}$$

$$x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{25 - 9}$$

$$x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{16}$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = -9$$

Der zugehörige y -Wert lässt sich durch Einsetzen von $x_2 = -9$ in eine der beiden Gleichungen bestimmen:

$$g(x) = -2x + 3$$

$$g(-9) = -2 \cdot (-9) + 3$$

$$g(-9) = -2 \cdot (-9) + 3$$

$$g(-9) = 21$$

Der zweite Schnittpunkt ist also $P(-9 \mid 21)$.

W3

a) ► **Bevölkerungszahl im Jahr 2015 berechnen**

Die Bevölkerungszahl in Europa ergibt sich aus der Differenz der Weltbevölkerung und der Bevölkerungszahl der anderen Kontinente:

$$7,35 \cdot 10^9 - (4.395 \cdot 10^6 + 1.186 \cdot 10^6 + 39 \cdot 10^6 + 992 \cdot 10^6) = 738 \cdot 10^6$$

Im Jahr **2015** lebten in Europa **738** Mio. Menschen.

b) ► **Wachstumsfaktor angeben**

Die Zunahme der Bevölkerung beträgt alle zehn Jahre **10 %**. Der Wachstumsfaktor für diesen Zeitraum beträgt somit **1,1**.

► **Anzahl der Menschen im Jahr 2055 angeben**

Die Anzahl der Menschen, soll nach **40** Jahren bestimmt werden, dies entspricht **4** Intervallen von je **10** Jahren.

$$\begin{aligned} 1,1^4 \cdot 7,35 \cdot 10^9 &= 10,76 \cdot 10^9 \\ &= 10,76 \text{ Mrd.} \end{aligned}$$

Im Jahr **2055** leben ca. **10,76** Mrd. Menschen auf der Welt.

► **Anzahl der Menschen im Jahr 2005 angeben**

Die Anzahl der Menschen vor **10** Jahren soll bestimmt werden, dies entspricht genau einem Intervall von **10** Jahren.

$$\begin{aligned} 7,35 \cdot 10^9 \cdot 1,1^{-1} &= 6,68 \cdot 10^9 \\ &= 6,68 \text{ Mrd.} \end{aligned}$$

Im Jahr **2005** haben ca. **6,68** Mrd. Menschen auf der Welt gelebt.

c) ► **Anzahl der Menschen im Jahr 2030 in Asien angeben**

Die absolute Zunahme der Bevölkerung in Asien beträgt ca. **35** Millionen in jedem Jahr. Nach **15** Jahren ist die Bevölkerung um **15 · 35 Mio. = 525 Mio.** gewachsen.

$$4.395 \text{ Mio.} + 525 \text{ Mio.} = 4.920 \text{ Mio.}$$

Es leben ca. **4.920 Mio.** Menschen im Jahr **2030** in Asien.

d) ► **Term für die Bevölkerungsanzahl in Afrika angeben.**

Der Wachstumsfaktor mit dem die Bevölkerung in Afrika zunimmt beträgt **1,016**. Die Anzahl der Menschen in Afrika im Jahr **2015**, beträgt **1.186 Mio.** Somit ergibt sich der folgende Term:

$$1.186 \text{ Mio.} \cdot 1,016^x$$

Der Term **1.186 Mio. · 1,016^x** beschreibt das Bevölkerungswachstum in Afrika.

► **Aussage beurteilen**

Die Aussage von André ist nicht richtig, da es sich um ein exponentielles Wachstum handelt. Dabei wächst die Bevölkerung in gleichen Intervallen, immer um den gleichen Faktor.

W4

a) ► Anzahl der Becher, die befüllt werden können, berechnen

Ein zylindrischer Wasserspender hat eine Höhe von ca. **70 cm** und einen Durchmesser von ca. **40 cm**. Es sind auch andere Größenangaben sinnvoll. Mit diesen Maßen, ergibt sich für das Volumen des Zylinders:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = \pi \cdot (40 \text{ cm})^2 \cdot 70 \text{ cm}$$

$$\approx 351.858,38 \text{ cm}^3$$

Ein Spitzbecher hat einen Durchmesser von ca. **7 cm** und eine Höhe von **12 cm**. Es sind auch andere Größenangaben sinnvoll. Das Volumen, dass in einen Becher passt, lässt sich mit der Volumenformel für einen Kegel berechnen.

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot r^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 12 \text{ cm} \cdot (7 \text{ cm})^2$$

$$= 615,75 \text{ cm}^3$$

Die Anzahl der befüllbaren Becher, lässt sich nun bestimmen:

$$351.858,38 \text{ cm}^3 : 615,75 \text{ cm}^3 \approx 571$$

Insgesamt lassen sich ca. **571** Spitzbecher mit dem Wasser aus dem Wasserspender füllen.

b) ► Anzahl der Becher, die bei halber Höhe befüllt werden können, berechnen

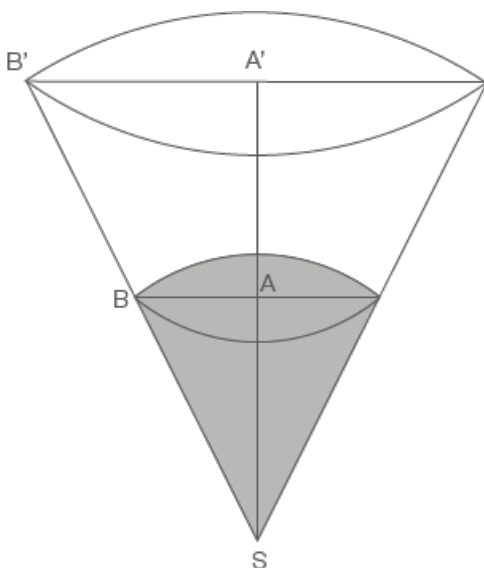


Abb. 1: Skizze nicht maßstäblich

Mit den Strahlensätzen lässt sich der Radius des Kegels bei halber Höhe berechnen:

$$\frac{\overline{SA}}{\overline{SA'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} \quad | \cdot \overline{A'B'}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \overline{A'B'} = \overline{AB}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 7 \text{ cm} = \overline{AB}$$

$$3,5 \text{ cm} = \overline{AB}$$

Für das Volumen des Kegels ergibt sich bei halber Höhe und halbem Radius:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{h}{2} \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6 \text{ cm} \cdot (3,5 \text{ cm})^2 \\ &= 76,97 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Es können

$$351.858,38 \text{ cm}^3 / 76,97 \text{ cm}^3 = 4.571,37$$

Becher befüllt werden. Das sind $4.571,37/571 \approx 8$ mal mehr Becher als zuvor.

Wenn die Becher also nur bis zur Hälfte befüllt werden, können achtmal so viele Becher gefüllt werden. Die Antwort **D** ist richtig.

W5

a) ► Verdientes Geld berechnen

Die Einnahmen der Klasse durch den Losverkauf betragen **100 €**. Die Gewinne, die ausgezahlt werden müssen, verursachen Kosten von insgesamt

$$1 \cdot 10 \text{ €} + 3 \cdot 5 \text{ €} + 6 \cdot 2 \text{ €} + 10 \cdot 1 \text{ €} = 47 \text{ €}.$$

Der Gewinn der bleibt lässt sich aus der Differenz berechnen:

$$100 \text{ €} - 47 \text{ €} = 53 \text{ €}$$

Insgesamt bleiben **53 €** Gewinn übrig.

b) ► Anzahl der Lose berechnen, die Nils ziehen muss, damit er sicher gewinnt

Es sind insgesamt **20** Gewinne und **80** Nieten im Lostopf. Deshalb muss er mindestens **81** Lose kaufen, um mit Sicherheit zu gewinnen.

c) ► Wahrscheinlichkeit berechnen

Es sind insgesamt **100** Lose im Topf, die alle mit gleicher Wahrscheinlichkeit gezogen werden können.

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{100} \\ &= 1 \% \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, den Hauptgewinn beim ersten Mal zu ziehen, beträgt **1 %**.

d) ► Wahrscheinlichkeit für zwei Nieten berechnen

Die Wahrscheinlichkeit dafür, zweimal eine Niete zu ziehen, lässt sich mit der Pfadmultiplikationsregel bestimmen:

$$\begin{aligned} P &= \frac{80}{100} \cdot \frac{79}{99} \\ &\approx 0,638 \\ &= 63,8 \% \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zwei Nieten gezogen werden, beträgt ca. **63,8 %**.

► Wahrscheinlichkeit für genau ein Gewinnlos unter den zwei Losen berechnen

Die Wahrscheinlichkeit dafür, genau ein Gewinnlos zu ziehen, lässt sich mit den Pfadregeln bestimmen:

$$\begin{aligned} P &= \frac{20}{100} \cdot \frac{80}{99} + \frac{80}{100} \cdot \frac{20}{99} \\ &\approx 0,323 \\ &= 32,3 \% \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, genau ein Gewinnlos zu ziehen, beträgt ca. **32,3 %**.

e) ► Begründen, dass der Kauf aller Lose nicht sinnvoll ist

Alle Lose zu kaufen würde **12 €** kosten, was mehr ist als der Hauptgewinn.

► Wahrscheinlichkeit für drei Nieten berechnen

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dreimal eine Niete zu ziehen, lässt sich mit der Pfadmultiplikationsregel bestimmen:

$$\begin{aligned} P &= \frac{11}{12} \cdot \frac{10}{11} \cdot \frac{9}{10} \\ &= 0,75 \\ &= 75 \% \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass drei Nieten gezogen werden, beträgt ca. **75 %**.

Bildnachweise [\[nach oben\]](#)

[1] © – SchulLV.