Gegeben sind die Punkte $P(2\,|\,2\,|\,-2)$, $Q(0\,|\,2\,|\,4)$ und $R(-1\,|\,5\,|\,6)$ und die Geraden

$$g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}-2\\8\\8\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}2\\-6\\-4\end{pmatrix},\ s\in\mathbb{R}\quad \text{und}\quad k:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}2\\-4\\a\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-3\\b\\6\end{pmatrix},\ t\in\mathbb{R}$$

a. Die Gerade g verläuft durch die Punkte Q und R. Weisen Sie dies für den Punkt Q nach, und stellen Sie P, Q, R und g in einem räumlichen Koordinatensystem dar. (6BE)

b. Bestimmen Sie gegenseitige Lage von g und k für $a=0$ und $b=-6$. Geben Sie für alle weiteren möglichen Lagebeziehungen von g und k Beispiele an. Legen Sie die jeweils zugehörigen Parameter a und b in geeigneter Weise fest und erläutern Sie Ihr diesbezügliches Vorgehen. (14BE)

c. Erklären Sie mit Hilfe der Zeichnung aus Aufgabenteil a die einzelnen Schritte der folgenden Rechnung und erläutern Sie jeweils den geometrischen Hintergrund. Berechnen Sie außerdem die fehlenden Zwischenergebnisse. (10BE)

1. Der Punkt D mit dem Ortsvektor $\vec{d}$ wird gesucht, für den die folgenden zwei Bedingungen I und II gelten:

   $$\text{I: } \vec{d}=\begin{pmatrix}-2\\8\\8\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}2\\-6\\-4\end{pmatrix}\qquad \text{II: } \overrightarrow{PD}\cdot\begin{pmatrix}2\\-6\\-4\end{pmatrix}=(\vec{d}-\vec{p})\cdot\begin{pmatrix}2\\-6\\-4\end{pmatrix}=0$$

2. Aus I und II folgt: $D(1\,|\,-1\,|\,2)$

3. Bestimmung des Endergebnisses:

   $$A=\frac{1}{2}\cdot\left|\overrightarrow{PD}\right|\cdot\left|\overrightarrow{QR}\right|\approx\underline{\underline{9,54}}$$