a. Bestimmen Sie rechnerisch die Schnittpunkte mit der x-Achse sowie die Extrempunkte der Funktion g mit $g(x) = x \cdot e^{1-x}$. (20BE)
Die Funktion besitzt genau einen Wendepunkt; bestimmen Sie diesen (nur mit notwendiger Bedingung).
Zeichnen Sie die ermittelten Punkte in Abbildung 1 ein, nachdem Sie die Achsen mit einer geeigneten Skala beschriftet haben.
Begründen Sie den Verlauf des Graphen für $x \to^{+}_{-} \infty$

b. Zeigen Sie, dass G mit $G(x) = -(x+1) \cdot e^{1-x}$ eine Stammfunktion von g ist. (12BE)
Bestimmen Sie den Inhalt der in Abbildung 1 markierten Fläche.
Bestimmen Sie sodann den Inhalt $A(u)$ der Fläche zwischen dem Graphen von g, der x-Achse und der Parallelen zur y-Achse durch $x = u$, $u > 0$.
Berechnen Sie den Grenzwert des Inhalts der Fläche $A(u)$ für $u \to +\infty$.

c. Betrachten Sie Abbildung 2. (8BE)
Die Funktion f_2 entsteht aus der Funktion f_1 mit $f_1(x) = e^x$ durch Spiegelung an der y-Achse und anschließende Streckung in y-Richtung mit dem Faktor $e (e \approx 2,7)$.
Skizzieren Sie den Graphen von f_2 im Koordinatensystem der Abbildung 2. Geben Sie den Term von f_2 an.

In Abbildung 3 sind die Graphen von f_3 und einer Exponentialfunktion f_4 sowie vier Punkte gegeben. Die vier Punkte liegen auf dem Graphen einer Funktion h, die das Produkt von f_3 und f_4 ist. Bestimmen Sie die Funktionsterme von f_3 und f_4 mit Hilfe der Zeichnung und geben Sie die genauen Koordinaten von P_3 und P_4 an.

Zeigen Sie, dass der Term der Funktion h mit $g(x)$ aus Teil a übereinstimmt.

Material

Abbildung 1

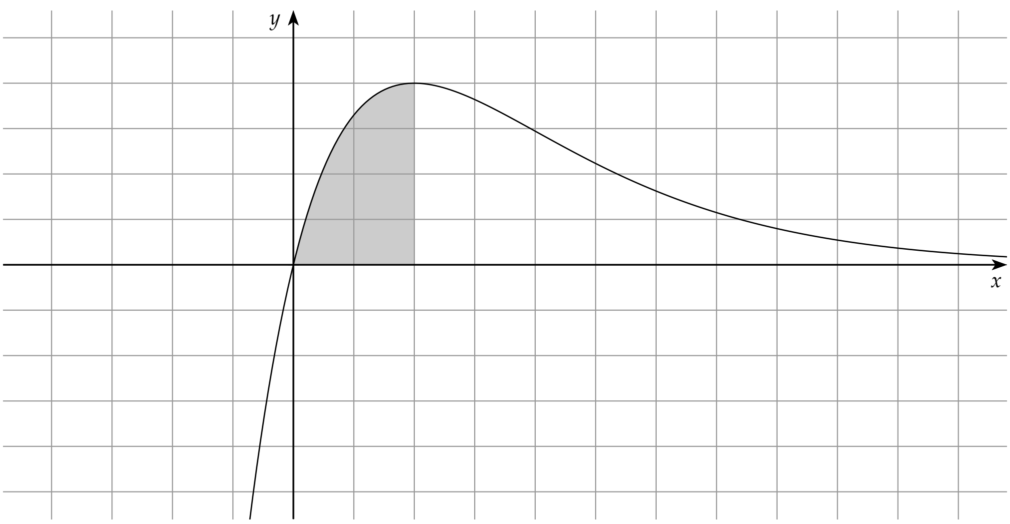

Abbildung 2

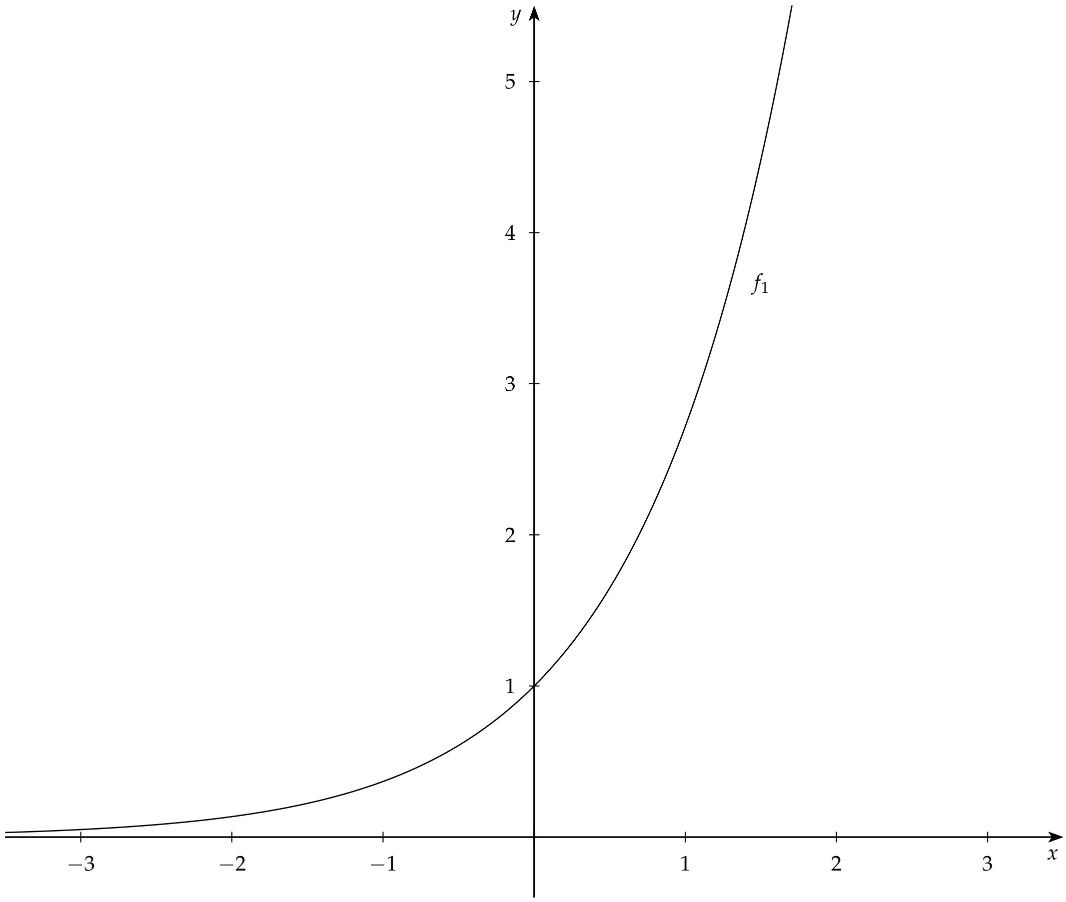

Abbildung 3