a) ► **Wahrscheinlichkeiten berechnen** (8P)

Aus dem Aufgabentext geht hervor, dass 60 % aller Besucher ihre Eintrittskarten online gekauft haben. Das heißt auch: Ein zufällig ausgewählter Besucher kauft seine Eintrittskarten mit einer Wahrscheinlichkeit von 60 % online.

Ereignis A

Du kannst die Wahrscheinlichkeit $P(A)$ über die **Pfadregel** ermitteln.

Ereignis B

Sei X die Zufallsgröße, welche die Anzahl der interviewten Besucher beschreibt, die ihre Karten online gekauft haben. Überlege dir, welche Wahrscheinlichkeitsverteilung X hat. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit $P(X = 5)$.

Ereignis C

Dieses Mal ist die Wahrscheinlichkeit dafür gesucht, dass **mindestens neun** der 10 interviewten Besucher ihre Karten online gekauft haben, also entweder 9 oder 10. Dies ist die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 9)$.

b) ► **Anzahl der Besucher begründet entscheiden** (5P)

Du weißt aus dem Aufgabentext, dass

- 60 % der Besucher ihre Karten online gekauft haben,
- 25 % im Vorverkauf,
- der Rest, also 15 %, an der Abendkasse.

Du kannst so vorgehen:

- Berechne zunächst für ein allgemeines, unbekanntes n, mit welcher Wahrscheinlichkeit mindestens 2 der n interviewten Besucher ihre Karten an der Abendkasse gekauft haben.
- Untersuche dann, ob diese Wahrscheinlichkeit für $n = 24$ mindestens 90 % beträgt oder kleiner ist.

c) ► **Sachverhalt geeignet darstellen** (7P)

Aus der Aufgabenstellung zu Beginn weißt du, dass 60 % aller Besucher ihre Karten online gekauft haben, also haben 40 % aller Besucher ihre Karten nicht online gekauft.
Nun ist zusätzlich bekannt, dass 35 % aller Besucher Frauen waren, also waren 65 % der Besucher keine Frauen.
Weiterhin weißt du, dass 45 % der Besucher, die ihre Karten online gekauft haben, Frauen waren. Also waren 55 % der Besucher, die ihre Karten online gekauft haben, keine Frauen.

Diesen Sachverhalt sollst du nun z.B. in einer Vierfeldertafel oder in einem Baumdiagramm darstellen. Wir bieten beide Darstellungsformen an, die Vierfeldertafel (Lösungsweg A) und das Baumdiagramm (Lösungsweg B).

▸▸ Lösungsweg A: Vierfeldertafel

Du weißt, dass 45 % aller Besucher, die ihre Karte online gekauft haben, Frauen waren. 60 % aller Besucher haben ihre Karte online gekauft. Berechne auf dieser Grundlage zunächst den Anteil der Besucher, die Frauen waren und ihre Karte online gekauft haben.

Trage die Informationen aus der Aufgabenstellung zunächst in die Vierfeldertafel ein und vervollständige diese. Dabei gilt: Die Einträge der inneren vier Felder müssen in ihrer Summe den Eintrag am Rand ergeben und zwar sowohl zeilen- als auch spaltenweise.

▸▸ Lösungsweg B: Baumdiagramm

Mit den Angaben aus der Aufgabenstellung folgt das Baumdiagramm. Es ist dabei egal, ob du auf der ersten Stufe des Baumdiagramms zwischen Männern und Frauen oder zwischen Online-Käufern und Nicht-Online-Käufern unterscheidest.

▸ Wahrscheinlichkeit dafür berechnen, dass die Frau die Karte online gekauft hat

Du weißt, dass es sich bei der interviewten Person um eine Frau handelt. Diese Information ist vorausgesetzt. Gefragt ist nun nach der Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Frau ihre Karte online gekauft hat.

Du kannst dies auch anders formulieren: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Person ihre Karte online gekauft hat, **unter der Bedingung**, dass diese Person eine Frau ist. Es handelt sich hier also um eine **bedingte Wahrscheinlichkeit**. Die Bedingung ist dabei das Ereignis F.

Du kannst sie über die Formel zur bedingten Wahrscheinlichkeit berechnen. Die benötigten Wahrscheinlichkeiten erhältst du entweder mithilfe der Pfadregel aus dem Baumdiagramm oder aus der Vierfeldertafel.

d) **▸ Wahrscheinlichkeit für höchstens 2.000 Besucher ermitteln** (5P)

Vor der letzten Zugabe saßen im mittleren Rang 2.200 Personen. Nun verlassen vor der letzten Zugabe unabhängig voneinander 10 % der Besucher das Stadion. Das heißt: Jeder der Besucher im mittleren Rang verlässt das Stadion vor der letzten Zugabe mit einer Wahrscheinlichkeit von 10 %.

Sei Z die Zufallsgröße, welche die Anzahl der Besucher im mittleren Rang bei der letzten Zugabe beschreibt. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei der letzten Zugabe noch höchstens 2.000 Besucher im mittleren Rang sitzen. Dies ist die Wahrscheinlichkeit $P(X \leq 2.000)$. Du kannst bei der Berechnung so vorgehen:

- Finde eine geeignete Wahrscheinlichkeitsverteilung von Z (z.B. die Binomialverteilung).
- Aufgrund des großen Stichprobenumfangs kann Z durch eine normalverteilte Zufallsgröße angenähert werden, allerdings nur, wenn gilt: $\sigma > 3$. Berechne also den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Z und untersuche, ob das Kriterium erfüllt ist.
- Berechne die Wahrscheinlichkeit $P(Z \leq 2.000)$ näherungsweise über die Normalverteilung. Die benötigten Wahrscheinlichkeiten kannst du einer Tabelle zur Normalverteilung entnehmen.

1. Schritt: Erwartungswert und Standardabweichung berechnen

Für den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ einer binomialverteilten Zufallsgröße gilt:

$$\mu = n \cdot p, \qquad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$$

2. Schritt: Wahrscheinlichkeit $P(X \leq 2.000)$ berechnen

Für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit gilt: $P(X \leq k) = \Phi\left(\dfrac{k-\mu+0,5}{\sigma}\right)$.

e) ▸ **Wahrscheinlichkeit für weniger als zwei Gewinner berechnen** (5P)

Insgesamt gibt es 30 rote und 30 blaue Eintrittskarten. Am Ende kommen insgesamt 4 Personen auf die Bühne. Es kann also sein, dass

- alle vier Karten derselben Farbe haben,
- 3 von ihnen Karten derselben Farbe haben,
- je zwei von ihnen Karten derselben Farbe haben.

Nun soll mit einem sechsseitigen Laplace-Würfel ausgelost werden, welche Farbe Freikarten gewinnt. Dabei sind zwei Seiten blau und vier Seiten rot. Die Wahrscheinlichkeit, dass Blau Freikarten gewinnt, liegt also bei $\frac{1}{3}$, während Rot mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{2}{3}$ Freikarten gewinnt.

Gesucht ist nun die Wahrscheinlichkeit dafür, dass weniger als zwei Besitzer farbiger Karten je eine Freikarte gewinnen. Weniger als zwei heißt keiner oder genau einer. Überlege dir, welche möglichen Situationen hierfür in Betracht gezogen werden können (z.B. „Alle Personen auf der Bühne haben blaue Karten und rot gewinnt die Freikarten.“). Berechne dann die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass diese Situationen eintreten und addiere sie. Dabei kann dir die **hypergeometrische Verteilung** hilfreich sein.