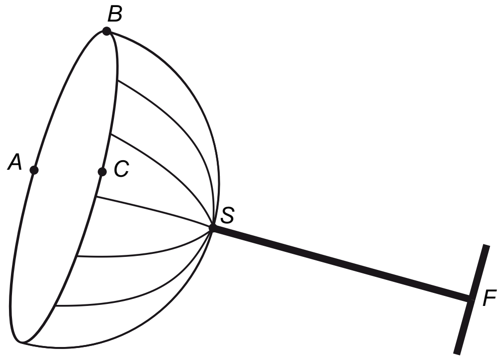
In einer Festhalle wird ein Modell eines Trinkglases aufgehängt. Das Glas kann als Halbkugel mit geradlinigem Stiel betrachtet werden. Die Punkte $A(0,3\mid 3,7\mid 4,85)$, $B(-0,15\mid 3,7\mid 5,3)$ und $C(-0,3\mid 4,3\mid 5,15)$ liegen auf dem kreisförmigen Glasrand. Im Punkt $S(-0,3\mid 3,85\mid 4,7)$ ist der Stiel befestigt. Der Boden und die Decke der Festhalle sind parallel zur x_1x_2-Ebene. Dabei entspricht eine Längeneinheit einem Meter in der Natur. Die Stärke des Materials für das Glasmodell bleibt bei der Betrachtung unberücksichtigt.



a)

- Bestimmen Sie eine Koordinatenform der Ebene E, in der der Glasrand mit den Punkten A, B und C liegt.

Verwenden Sie im Folgenden $E:\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 14$.

- Berechnen Sie den Schnittwinkel dieser Ebene mit der Bodenebene.
- Berechnen Sie den Abstand des Punktes S von der Ebene E.

(7P)

b)

- Es wird das Lot von S auf die Ebene E gefällt. Zeigen Sie, dass der Lotfußpunkt der Mittelpunkt M des Glasrandkreises ist, und bestimmen Sie den Radius des Glasrandkreises.
  [Zur Kontrolle: $M(0\mid 4\mid 5)$, $r = 0,45$]
- Bestimmen Sie die Koordinaten des Fußpunktes F des 1 m langen Glasmodellstiels, der in Richtung der Verlängerung der Strecke $\overline{MS}$ verläuft.

(9P)

c)

- Das Glasmodell ist an einer orthogonal zur Decke verlaufenden geraden Stange aufgehängt. Diese Stange durchstößt das Glasmodell im Punkt B und wird an einem weiteren Punkt D des Glases befestigt.
  Bestimmen Sie die Koordinaten des Befestigungspunktes D.
- In der Halle soll entlang der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4,7 \\ 4,6 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3,7 \\ 2,6 \\ 0 \end{pmatrix}$ eine Lichterkette aufgehängt werden. Weisen Sie nach, dass für den Punkt B des Glasmodells ein Sicherheitsabstand zur Lichterkette von mindestens 2 m eingehalten wird.

(10P)

d)

Gegeben sei die Menge aller Punkte X, für deren Ortsvektor $\overrightarrow{OX}$ gilt

$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OM} + \sin(t) \cdot \overrightarrow{MA} + \cos(t) \cdot \overrightarrow{MB}$ mit $t \in \mathbb{R}$.

Zeigen Sie, dass alle diese Punkte auf dem Glasrandkreis liegen.

(4P)