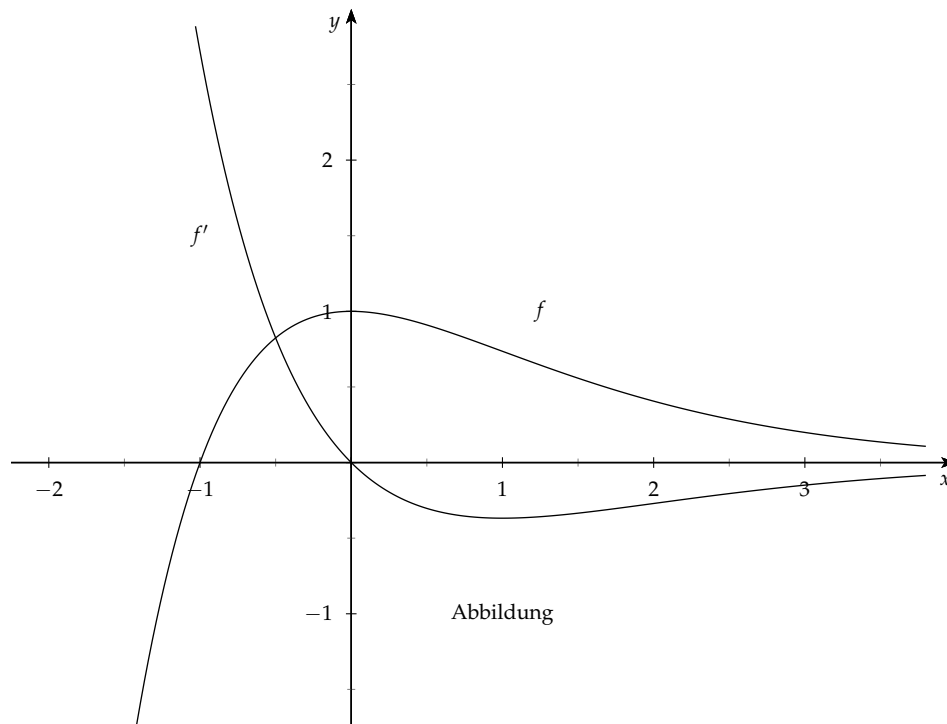


Gegeben sind die Funktionen  $f_a$  mit  $f_a(x) = (x + a) \cdot e^{-x}$ ,  $a \geq 0$ .

Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion  $f_1$  sowie den Graphen ihrer Ableitungsfunktion  $f'_1$ .



- a) Untersuchen Sie den Graphen der Funktion  $f_a$  in Abhängigkeit von  $a$  auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und Extrempunkte. (11P)  
Ermitteln Sie das Verhalten für  $f_a$  für  $x \rightarrow +\infty$ .

[Zur Kontrolle:  $f'_a(x) = (-x + 1 - a) \cdot e^{-x}$ ]

- b) Zeigen Sie, dass die Graphen von  $f_a$  und  $f'_a$  genau einen Schnittpunkt  $S_a$  haben, und berechnen Sie seine Koordinaten in Abhängigkeit von  $a$ . (14P)  
Geben Sie die Gleichung der Funktion  $g$  an, auf deren Graph alle Schnittpunkte  $S_a$  liegen.  
Bestimmen Sie den Wert für  $a$ , für den sich die Graphen von  $f_a$  und  $f'_a$  rechtwinklig schneiden.

[Zur Kontrolle:  $S_a \left(0,5 - a \mid 0,5 \cdot e^{-(0,5-a)}\right)$ ]

Im Folgenden werden die Funktionen  $f_1$  mit  $f_1(x) = (x + 1) \cdot e^{-x}$  und  $f'_1$  mit  $f'_1(x) = -x \cdot e^{-x}$  betrachtet, deren Graphen in der Abbildung auf Seite 1 dargestellt sind.

- c) Die Parallele zur  $y$ -Achse mit  $x = u$ ;  $u \geq 0$ , schneidet den Graphen von  $f_1$  im Punkt  $P_u(u \mid f_1(u))$  und den Graphen von  $f'_1$  im Punkt  $Q_u(u \mid f'_1(u))$ . (12P)  
Die Punkte  $P_u$  und  $Q_u$  bilden mit dem Schnittpunkt  $S_1(-0,5 \mid 0,5e^{0,5})$  der Graphen von  $f_1$  und  $f'_1$  das Dreieck  $S_1P_uQ_u$ .

Bestimmen Sie  $u \geq 0$  so, dass der Flächeninhalt  $A(u)$  dieses Dreiecks maximal wird.

[Zur Kontrolle:  $A(u) = (u^2 + u + 0,25) \cdot e^{-u}$ ].

- d) Die Graphen von  $f_1$  und  $f'_1$  schließen mit der Parallelen zur  $y$ -Achse mit  $x = u$ ,  $u > 0$ , ein Flächenstück ein. (13P)

Ermitteln Sie den Inhalt dieses Flächenstücks in Abhängigkeit von  $u$ .

Prüfen Sie, ob für  $u \rightarrow +\infty$  das nach rechts unbegrenzte Flächenstück einen endlichen Flächeninhalt besitzt.



## Zugelassene Hilfsmittel

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung.