

In einem kartesischen Koordinatensystem ist die Ebene

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 8 \end{pmatrix}; \quad r, s \in \mathbb{R} \quad \text{gegeben.}$$

- a) Geben Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E an und bestimmen Sie die Koordinaten ihrer Achsenschnittpunkte. (7P)

Berechnen Sie den Winkel, in dem die Ebene E die x - y -Ebene schneidet.

- b) Ermitteln Sie die Lagebeziehung der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad t \in \mathbb{R}$ zu der Ebene E . (7P)

Ermitteln Sie die Lagebeziehung der Ebene $F: x + y - 0,5z = 4$ zur Ebene E . Bestimmen Sie gegebenenfalls die Gleichung der Schnittgeraden der beiden Ebenen E und F .

- c) Die Punkte $A(4 | 0 | 0)$, $B(0 | 4 | 0)$ und $C(0 | 0 | 8)$ sind die Eckpunkte eines Dreiecks. Zeigen Sie, dass es sich um ein gleichschenkliges Dreieck handelt und berechnen Sie die Größe des Winkels ABC . (10P)

Ermitteln Sie die Koordinaten eines Punktes Q , der das Dreieck zu einem Rhombus (Raute) ergänzt.

Bestimmen Sie die Koordinaten eines möglichen Punktes C^* auf der z -Achse, so dass der Winkel AC^*B 60° beträgt.

- d) In den Rhombus soll ein möglichst großer Kreis einbeschrieben werden. (6P)

Geben Sie die Koordinaten des Mittelpunktes an.

Ermitteln Sie den Radius des Kreises.

(30P)