

Material 1 zeigt beispielhaft eine sogenannte Fledermausgaube und die äußere Profillinie des Gaubenfensters. Eine solche Profillinie kann durch eine Exponentialfunktion  $f$  mit  $f(x) = k \cdot e^{a \cdot x^2}$  beschrieben werden (alle Angaben in Metern).

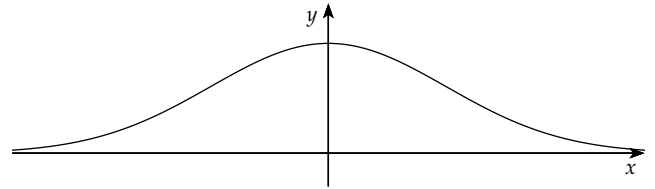
Aufgrund der Dachkonstruktion ist vorgegeben, dass die äußere Profillinie durch die Punkte  $P_1(-2,53 \mid 0,835)$  und  $P_2(3,57 \mid 0,39)$  verlaufen muss.

- 1.1 Bestimmen Sie die Funktion, die diese Profillinie beschreibt. (7P)  
[zur Kontrolle:  $f(x) = 1,8 \cdot e^{-0,12x^2}$ ]
- 1.2 Augenscheinlich ist das Maximum dieser Funktion an der Stelle  $x = 0$  (siehe Material 1, Profillinie). Begründen Sie, dass diese Vermutung richtig ist. (5P)
2. Der Flächeninhalt des Gaubenfensters soll im Intervall  $[-2; 2]$  bestimmt werden (s. Material 2). Da die Integration von  $f$  schwierig ist, muss auf Näherungsverfahren zurückgegriffen werden.
  - 2.1 Ermitteln Sie den gesuchten Flächeninhalt näherungsweise unter Anwendung eines Näherungsverfahrens. Unterteilen Sie dazu die Fläche in insgesamt 8 Streifen. (8P)
  - 2.2 Ein Computerprogramm errechnet für den Flächeninhalt einen Wert von  $6,1966 \text{ m}^2$ . Berechnen Sie die prozentuale Abweichung des Näherungswertes aus Aufgabe 2.1 von diesem Wert. Erläutern Sie eine Möglichkeit, wie das von Ihnen verwendete Näherungsverfahren aus Aufgabe 2.1 verändert werden könnte, um ein genaueres Ergebnis zu erhalten. (5P)
3. Ein alternativer Fensterentwurf sieht ein rechteckiges Fenster vor (siehe Material 3).
  - 3.1 Erläutern Sie in diesem Zusammenhang die Bedeutung der Funktion  $A$  mit der Gleichung  $A(z) = 2 \cdot z \cdot 1,8 \cdot e^{-0,12z^2}$ . (3P)
  - 3.2 Bestimmen Sie die Maße des Fensters so, dass der Flächeninhalt des Fensters maximal wird. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Fensters und begründen Sie, dass es sich tatsächlich um ein Maximum handelt. (6P)  
Hinweis: Eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = e^{a \cdot x^n}$  besitzt die Ableitungsfunktion  $f'(x) = a \cdot n \cdot x^{n-1} \cdot e^{a \cdot x^n}$
4. Zeigen Sie, dass alle Wendepunkte der Funktionenschar  $f_k$  mit  $f_k(x) = k \cdot e^{-\frac{3}{25}x^2}$  und  $k > 0$  (siehe Material 4) auf Geraden parallel zur  $y$ -Achse liegen. (6P)

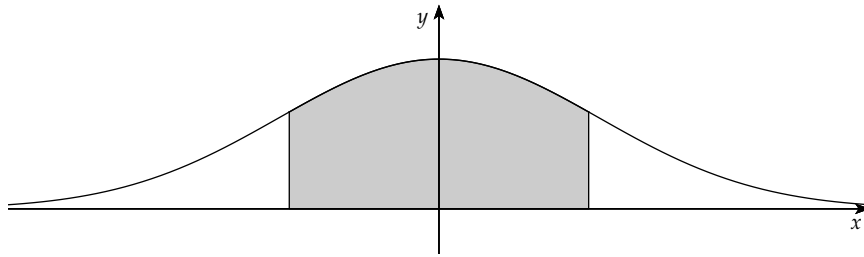
### Material 1 Fledermausgaube mit äußerer Profillinie des Gaubenfensters



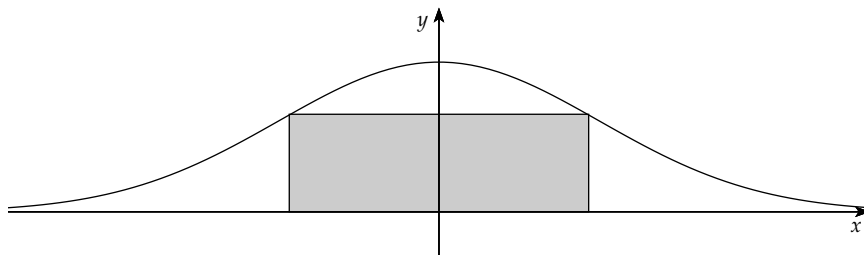
Quelle: Marcel Schauer – Fotolia.com



### Material 2 Bestimmung des Flächeninhalts des Gaubenfensters



### Material 3 Alternativer Fensterentwurf



### Material 4

Funktionenschar  $f_k$  mit  $f_k(x) = k \cdot e^{-\frac{3}{25}x^2}$

