

Gegeben ist die Funktionenschar f_a mit der Gleichung $f_a(x) = ax + \frac{1}{ax - 1}$; $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Die Graphen dieser Funktionen sind G_a . Die Graphen der Schar mit $a = 1$; 2 ; $\frac{1}{5}$ sind in der Anlage vorgegeben.

- a) Geben Sie den Definitionsbereich von f_a und die Gleichungen aller Asymptoten einschließlich der Polgeraden von G_a an. (7P)
Ordnen Sie den vorgegebenen Graphen die zugehörigen Parameterwerte a zu und begründen Sie Ihre Entscheidung.

- b) Zeigen Sie, dass $E(0 | f_a(0))$ lokaler Extrempunkt aller Graphen G_a ist und ermitteln Sie dessen Art. Ohne Nachweis dürfen Sie verwenden: $f'_a(x) = a - \frac{a}{(ax - 1)^2}$. (17P)

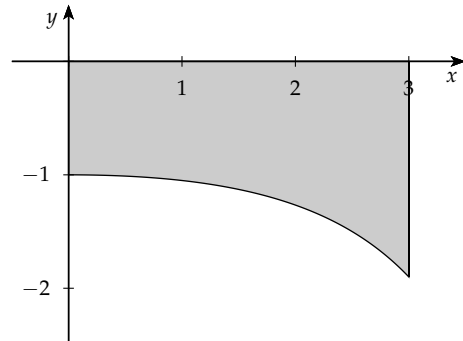
Neben E hat jeder Graph G_a einen weiteren lokalen Extrempunkt T .

Bestimmen Sie dessen Koordinaten und weisen Sie nach, dass dieser stets ein lokaler Tiefpunkt des Graphen ist. [Kontrollergebnis: $T\left(\frac{2}{a} | 3\right)$]

Berechnen Sie diejenigen Werte a , für die die Punkte E und T einen Abstand von $\sqrt{17}$ LE haben.

- c) Eine Ursprungsgerade g mit der Gleichung $y = bx$ mit $b > 0$ und die Tangente t im Tiefpunkt von G_2 schließen einen Winkel von 45° ein. Bestimmen sie b für diesen Fall. Die y -Achse, die Gerade mit der Gleichung $y = x$ und die Tangente t begrenzen ein Dreieck. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks. (6P)

- d) Der Graph $G_{\frac{1}{5}}$ schließt mit der Geraden mit der Gleichung $x = 3$ und den beiden Koordinatenachsen eine Fläche ein (siehe Darstellung). Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche. (5P)



- e) Die in Aufgabe d) beschriebene Fläche wird um den Koordinatenursprung um 90° im Uhrzeigersinn gedreht. Der Körper, der durch Rotation dieser Fläche um die y -Achse entsteht, entspricht modellhaft der Form eines Kassenhäuschens mit kreisförmiger Grund- und Deckfläche ($1 \text{ LE} = 1 \text{ m}$). (5P)

Der größere der beiden Kreise beschreibt die Grundfläche.

Ein Architekturbüro plant für das Kassenhäuschen ein Dach, welches einen parabelförmigen Querschnitt besitzt. Das passgenau aufgesetzte Dach soll eine Querschnittsfläche von $\frac{1}{3} \text{ m}^2$ besitzen. Ermitteln Sie die Gleichung eines möglichen Graphen, der die obere Begrenzung des Dachquerschnittes beschreibt.

(40P)

Anlage zu Aufgabe 1.2: Kassenhäuschen