Gegeben sind die Funktionen f_k in ihrem größtmöglichen Definitionsbereich durch

$$y = f_k(x) = \frac{10x - k}{x^2} \quad \text{mit } k \in \mathbb{R}, k > 0.$$

Ihre Graphen seien G_k.

a)

Geben Sie den größtmöglichen Definitionsbereich der Funktionen f_k an und ermitteln Sie die Nullstellen der Funktionen f_k.

Untersuchen Sie das Verhalten der Funktionen f_k für $x \to \pm\infty$ und geben Sie Gleichungen aller Asymptoten der Graphen G_k an.

Berechnen Sie die Koordinaten der lokalen Extrempunkte der Graphen G_k und bestimmen Sie deren Art.

Ermitteln Sie eine Gleichung der Ortskurve der lokalen Extrempunkte der Graphen G_k.

b)

Die Graphen G_k besitzen jeweils genau einen Wendepunkt $W_k\left(\frac{3k}{10} \mid \frac{200}{9k}\right)$.

Stellen Sie eine Gleichung der Tangente t_4 an den Graphen G_4 in seinem Wendepunkt W_4 auf.

[mögliche Gleichung für t_4 zur Kontrolle: $y = t_4(x) = -\frac{125}{54}x + \frac{25}{3}$]

Die Tangente t_4 und die Koordinatenachsen schließen ein Dreieck ein.
Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts dieses Dreiecks.

c)

In dem gegebenen Koordinatensystem (siehe Arbeitsblatt auf der folgenden Seite) sind Ausschnitte eines Graphen G_k sowie seiner Tangente t_k im Wendepunkt W_k dargestellt.
Begründen Sie, dass es sich dabei um den Graphen G_4 handelt.

Die Maßzahl des Inhalts einer Fläche F werde wie folgt berechnet:

$$A_1 = \int_0^{1,2} t_4(x)\mathrm{d}x - \int_{0,4}^{1,2} f_4(x)\mathrm{d}x$$

Beschreiben Sie die Fläche F und kennzeichnen Sie diese im Arbeitsblatt.

Es sei $A_2 = \int_0^{0,4} t_4(x)\mathrm{d}x + \int_{0,4}^{1,2} (t_4(x) - f_4(x))\mathrm{d}x.$

Weisen Sie nach, dass gilt: $A_1 = A_2$.

Arbeitsblatt zu Aufgabe 1