

1. a) ► **Vierfeldertafel erstellen**

(4P)

Aus der Aufgabenstellung erhältst du die Werte

- 12 % der Wahlberechtigten sind Jungwähler, also $P(J) = 0,12$ und $P(\bar{J}) = 0,88$
- 44 % der Wahlberechtigten haben sich bereits für einen Kandidaten entschieden, also $P(K) = 0,44$ und $P(\bar{K}) = 0,56$
- Jeder Siebte derjenigen, die sich noch **nicht** für einen Kandidaten entschieden haben. Hier hast du eine **bedingte Wahrscheinlichkeit** gegeben:
 $P_{\bar{K}}(J) = \frac{1}{7}$

Du kannst so vorgehen: Berechne anhand der drei Wahrscheinlichkeiten z.B. den Wert für $P(\bar{K} \cap J)$ und fülle so die Vierfeldertafel aus.

b) ► **Ungleichung nachweisen**

(3P)

In der Ungleichung stehen zwei bedingte Wahrscheinlichkeiten; du kannst sie zunächst beide berechnen und dann in die Ungleichung einsetzen. Wenn sich eine wahre Aussage ergibt, dann hast du ihre Gültigkeit nachgewiesen.

Beachte dabei:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}.$$

c) ► **Wahrscheinlichkeit berechnen**

(3P)

Sei X die Zufallsvariable, die die Anzahl der Jungwähler unter den Befragten beschreibt. X kann als binomialverteilt angenommen werden denn

- entweder ein Befragter ist Jungwähler oder nicht,
- die Wahrscheinlichkeit für einen Jungwähler wird bei jedem Befragten als gleich angenommen.

Laut Aufgabenstellung sind 12 % aller Wahlberechtigten Jungwähler. 48 Personen werden befragt. Also sind die Parameter der Binomialverteilung $n = 48$ und $p = 0,12$.

2. a) ► **Entscheidungsregel bestimmen**

(5P)

Getestet werden soll die Nullhypothese $H_0 : p_0 \leq 0,5$ in einer Stichprobe von 200 Wahlberechtigten und auf einem Signifikanzniveau von 5 %.

Sei Y die Zufallsgröße, die die Anzahl der Stimmen für den Kandidaten beschreibt. Y kann ähnlich wie oben als binomialverteilt angenommen werden; bei wahrer Nullhypothese ist Y binomialverteilt mit $n = 200$ und $p = 0,5$.

Die Nullhypothese wird abgelehnt, wenn **sehr viele** Wahlberechtigte angeben, den Kandidaten zu wählen. Also hat der Ablehnungsbereich \bar{A} die Form

$$\bar{A} = \{k; \dots; 200\},$$

wobei k eine natürliche Zahl und die untere Grenze des Ablehnungsbereichs ist.

Das Signifikanzniveau soll 5 % betragen. Das heißt: Bei wahrer Nullhypothese soll mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 5 % ein Ereignis aus dem Ablehnungsbereich eintreten:

$$P(Y \geq k) \leq 0,05$$

$$1 - P(Y \leq k - 1) \leq 0,05$$

$$P(Y \leq k - 1) \geq 0,95$$

Betrachte eine Tabelle zur kumulierten Binomialverteilung für $n = 200$ und $p = 0,5$ und suche nach dem Wert für k , für den die Ungleichung erstmals erfüllt ist.

b) ► **Wahl der Nullhypothese begründen**

(3P)

Überlege, wie eine Nullhypothese generell gewählt wird: Sie ist die Hypothese, die man eigentlich verwerfen möchte.

Dies hat den Hintergrund, dass die eigene Hypothese nicht vorschnell akzeptiert werden soll.

Betrachte also die Nullhypothese und das Anliegen der Beraterin. Die Beraterin ist natürlich an einem **möglichst hohen** Stimmenanteil ihres Kandidaten interessiert. Deshalb würde sie, falls nötig, auch eine Kampagne starten, die mit großen Kosten verbunden ist. Indem sie die Hypothese $H_0 : p_0 \leq 0,5$ testet, will sie vermeiden, dass die eigene Hypothese, nämlich dass der Kandidat **mehr** als die Hälfte der Stimmen bekommt, vorschnell akzeptiert und die Kampagne damit irrtümlicherweise **nicht** durchgeführt wird.

3. a) ► **Wahrscheinlichkeiten berechnen**

(4P)

Überlege, was du aus der Aufgabenstellung weißt:

- Insgesamt gibt es **8** Stadträtinnen und **4** Stadträte, also insgesamt 12 Personen, die zur Auswahl stehen.
- Aus diesen 12 Personen werden nun **3** für den Ausschuss ausgewählt.

Hier bei handelt es sich offensichtlich um ein Ziehen ohne Zurücklegen, denn eine Person kann nur einmal im Ausschuss sitzen. Du kannst die gesuchte Wahrscheinlichkeit also über die **hypergeometrische Verteilung** berechnen.

Beachte dabei: X beschreibt die Anzahl der weiblichen Ausschussmitglieder. Da die Partei drei Sitze besetzen darf, kann X maximal den Wert 3 annehmen.

Deshalb müssen die Wahrscheinlichkeiten $P(X = 0)$, $P(X = 1)$, $P(X = 2)$, $P(X = 3)$ in der Summe 1 ergeben.

Betrachte die **günstige** Situation für $X = 1$: Es werden insgesamt 3 aus 12 Personen gezogen, und zwar 1 aus 8 Stadträtinnen und 2 aus 4 Stadträten.

b) ► **Erwartungswert und Varianz berechnen**

(3P)

Seien x_i die möglichen Ereignisse und $P(X = x_i)$ die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten, $i = 1, \dots, n$. Dann gilt für den Erwartungswert $E(X)$ und die Varianz $V(X)$:

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(X = x_i)$$

$$V(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 \cdot P(X = x_i)$$

In unserem Fall kennst du die vollständige Wahrscheinlichkeitsverteilung:

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{28}{55}$	$\frac{14}{55}$

Berechne nun $E(X)$ und $V(X)$.

c) ► **Erwartungswert und Varianz berechnen**

(4P)

Y ist binomialverteilt. Für den Erwartungswert $E(Y)$ und die Varianz $V(Y)$ gilt dann:

$$E(Y) = n \cdot p \quad \text{und} \quad V(Y) = n \cdot p \cdot (1 - p).$$