

Gegeben ist die Funktionenschar f_a mit $f_a(x) = e^{a \cdot (x-3)} + e^{a \cdot (3-x)}$; $x \in \mathbb{R}$; $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.
Ihre Graphen heißen G_a und werden Kettenlinien genannt, weil sie die Form einer hängenden Kette haben.

- a) Untersuchen Sie G_a auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und geben Sie das Verhalten der Funktionswerte von f_a für $x \rightarrow +\infty$ und $x \rightarrow -\infty$ an. (5P)
- b) Zeigen Sie rechnerisch, dass alle Graphen G_a den gleichen lokalen Extrempunkt haben und ermitteln Sie dessen Koordinaten und Art. (10P)
Begründen Sie, dass G_a keine Wendepunkte besitzt.
- c) Zeichnen Sie $G_{0,5}$ mindestens im Intervall $[-1; 7]$ in ein Koordinatensystem. (10P)
Im Intervall $[0; 6]$ lässt sich $G_{0,5}$ durch eine Parabel zweiten Grades annähern, die im Tiefpunkt und den beiden Randpunkten mit $G_{0,5}$ identisch ist.
Bestimmen Sie für die zu dieser Parabel gehörende Funktion p die Funktionsgleichung.
Runden Sie am Ende die Koeffizienten auf eine Stelle nach dem Komma.

- d) Damit sich beispielsweise an Theater- oder Kinokassen geordnete Menschenglangen bilden, nutzt man verschiebbare und variabel zusammenstellbare Absperrketten oder -seile. Ein Kettensegment besteht aus zwei senkrecht auf dem Fußboden stehenden Pfosten und einer Kette. Der Fußpunkt des linken Pfostens sei der Koordinatenursprung eines kartesischen Koordinatensystems mit $1 \text{ LE} = 0,5 \text{ m}$.



Quelle: fotolia.com

Die Kette kann durch $G_{0,2}$ modelliert werden.

Bestimmen Sie, in welcher Höhe und unter welchem Winkel die Kette am linken Pfosten befestigt ist.

Berechnen Sie die Größe der Fläche, die von der Kette, den beiden Pfosten und der Verbindungsstrecke zwischen den Fußpunkten der Pfosten eingeschlossen wird.

- e) Eine Kettenlinie ist stets symmetrisch zu einer Parallelen zur y -Achse, die durch den Extrempunkt der Kettenlinie verläuft. (5P)
Zeichnen Sie die Symmetrieachse sowie zwei Punkte $P_1(x_E + t \mid f_{0,5}(x_E + t))$ und $P_2(x_E - t \mid f_{0,5}(x_E - t))$ mit $t < 3$ in Ihre Darstellung aus Teilaufgabe c) ein.
Weisen Sie nach, dass für $G_{0,5}$ die beschriebene Symmetrie gilt.

(40P)