Aufgabe 1

a) ▸ **Anzahl der Schülerinnen und Schüler bestimmen** (2 Punkte)

380 Schülerinnen und Schüler wurden befragt. Im Kreisdiagramm kannst du erkennen, dass 35 % dieser Schülerinnen und Schüler **täglich** Kaugummi kauen.

Gegeben ist also der **Grundwert** $G = 380$ und der **Prozentsatz** $p\,\% = 35\,\%$. Gesucht ist der **Prozentwert** W:

$$W = \frac{G \cdot p}{100} = \frac{380 \cdot 35}{100} = 133$$

133 Schülerinnen und Schüler kauen täglich Kaugummi.

Alternativ kannst du den Prozentwert auch über den **Dreisatz** berechnen. Aus Platzgründen kürzen wir „Schülerinnen und Schüler“ durch ein großes S ab.

$$\begin{array}{rlcll} & 100\,\% & \widehat{=} & 380\,\text{S} & \\ \textbf{:100} & & & & \textbf{:100} \\ & 1\,\% & \widehat{=} & 3{,}8\,\text{S} & \\ \cdot\textbf{35} & & & & \cdot\textbf{35} \\ & 35\,\% & \widehat{=} & 133\,\text{S} & \end{array}$$

133 Schülerinnen und Schüler kauen täglich Kaugummi.

▸ **Aussage begründen**

Im Balkendiagramm kannst du erkennen, dass in der Umfrage etwa 140 Mal „Drageekaugummis“ genannt wurden und „Kaugummikugeln“ nur etwa 85 Mal.

Wenn die Aussage stimmen würde, so müssten die „Drageekaugummis“ mehr als doppelt so oft genannt worden sein wie die „Kaugummikugeln“, also mindestens $2 \cdot 85 = 170$ Mal.

Da die „Kaugummikugeln“ aber nur 140 Mal genannt worden sind, ist die Aussage **falsch**.

b) ▸ **Anzahl der Kaugummistreifen bestimmen** (2 Punkte)

Diese Aufgabe kannst du in zwei Schritten lösen. Zunächst berechnest du das **Volumen** des Behälters. Im zweiten Schritt berechnest du das **Volumen** eines Kaugummistreifens. Im dritten Schritt schließlich berechnest du, wie viele Kaugummistreifen hergestellt werden können.

1. Schritt: Volumen des Behälters bestimmen

Der Behälter ist **bis zur Hälfte** gefüllt. Die Füllung steht also 1,20 m hoch im Behälter.

Weiterhin hat der Behälter die Form eines **Zylinders** mit Durchmesser 1,90 m. Das Volumen des **halben** Behälters kannst du also mit der Formel für das Zylindervolumen berechnen: $V_{\text{Zylinder}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$. Dabei sind r der Radius und h die Höhe des Zylinders.

Die Maße des Kaugummis sind in **cm** angegeben. Es ist also von Vorteil, wenn du das Volumen der Masse in cm^3 angibst.

Der Radius ist der halbe Durchmesser, also $r = 1{,}9\,\text{m} : 2 = 0{,}95\,\text{m}$. Dies sind 95 cm.

Die Höhe haben wir auch schon bestimmt: $h = 1{,}20\,\text{m}$. Dies sind $120\,\text{cm}$.

Für das Volumen der Kaugummimasse im Behälter ergibt sich dann:

$V_{\text{Masse}} = \pi \cdot (95\,\text{cm})^2 \cdot (120\,\text{cm}) \approx 3.400.620\,\text{cm}^3$.

2. Schritt: Volumen eines Streifens berechnen

Du kannst dir den Kaugummistreifen als **sehr flachen Quader** vorstellen. Die Maße dieses Quaders sind angegeben. Für das Volumen eines Quaders gilt: $V_{\text{Quader}} = a \cdot b \cdot c$. Damit ergibt sich für das Volumen eines Kaugummistreifens:

$V_{\text{Streifen}} = 7{,}5\,\text{cm} \cdot 2{,}0\,\text{cm} \cdot 0{,}2\,\text{cm} = 3\,\text{cm}^3$.

3. Schritt: Anzahl der Streifen berechnen

Du weißt jetzt: $3\,\text{cm}^3$ der Kaugummimasse benötigt man für **einen** Kaugummistreifen. Im Behälter sind insgesamt $3.400.620\,\text{cm}^3$ der Kaugummimasse vorhanden.

Die Frage ist also: Wie oft passt die $3\,\text{cm}^3$ in die $3.400.620\,\text{cm}^3$? Das Ergebnis erhalten wir durch **Dividieren**:

$$\frac{3.400.620\,\text{cm}^3}{3\,\text{cm}^3} = 1.133.540$$

Aus der Kaugummimasse können etwa 1.133.540 Kaugummistreifen hergestellt werden. (Das sind über 1,1 Millionen.)

Alternativ kannst du die Rechnung auch mit dem Dreisatz lösen:

$$\begin{array}{rlcll} & 3\,\text{cm}^3 & \widehat{=} & 1\,\text{Streifen} & \\ :3 & & & & :3 \\ & 1\,\text{cm}^3 & \widehat{=} & 0{,}\overline{3}\,\text{Streifen} & \\ \cdot 3.400.620 & & & & \cdot 3.400.620 \\ & 3.400.620\,\text{cm}^3 & \widehat{=} & 1.133.540\,\text{Streifen} & \end{array}$$

Aus der Kaugummimasse können etwa 1.133.540 Kaugummistreifen hergestellt werden. (Das sind über 1,1 Millionen.)

c) ▶ **Länge der Strecke in km bestimmen** (2 Punkte)

Wir berechnen die Länge der Strecke zunächst in **cm**. Ein Kaugummistreifen ist $7{,}5\,\text{cm}$ lang. Wenn du $5{,}35 \cdot 10^8$ dieser Kaugummistreifen aneinander legst, dann ist die Kette ist gesamt $7{,}5\,\text{cm} \cdot 5{,}35 \cdot 10^8 = 40{,}125 \cdot 10^8\,\text{cm}$ lang.

Ausgeschrieben heißt diese Zahl: $4.012.500.000\,\text{cm}$.

Wir gehen jetzt langsam in Richtung Kilometer: $1\,\text{m}$ besteht aus $100\,\text{cm}$. Wenn wir die Länge der Zahl in **Metern** schreiben wollen, müssen wir also durch 100 teilen. Wir können auch sagen, wir müssen **zwei Nullen** wegstreichen:

$4.012.500.000\,\text{cm} = 40.125.000\,\text{m}$.

$1\,\text{km}$ besteht aus $1.000\,\text{m}$. Wir müssen also durch 1.000 teilen bzw. **drei Nullen** wegstreichen:

$40.125.000\,\text{m} = 40.125\,\text{km}$.

Die Strecke wäre 40.125 km lang.

▸ Zeit für den Airbus A380 berechnen

Der Airbus A380 fliegt mit einer Geschwindigkeit von 890 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Er legt also **pro Stunde** 890 km zurück.

Wie lange der A380 für die 40.125 km braucht, können wir durch **Dividieren** berechnen: $\dfrac{40.125}{890} \approx 45$.

Der Airbus würde etwa 45 Stunden für diese Strecke benötigen.

Alternativ kannst du die Rechnung wieder mit dem Dreisatz lösen:

$$\begin{array}{r|lcl|l} & 890\,\text{km} & \hat{=} & 1\,\text{Stunde} & \\ \mathbf{:890} & 1\,\text{km} & \hat{=} & 0{,}001124\,\text{Stunden} & \mathbf{:890} \\ \mathbf{\cdot 40.125} & 40.125\,\text{km} & \hat{=} & 45\,\text{Stunden} & \mathbf{\cdot 40.125} \end{array}$$

Der Airbus würde etwa 45 Stunden für diese Strecke benötigen.

Aufgabe 2

a) ▶ **Nabenhöhe angeben** (2 Punkte)

Die Windkraftanlage ist im Maßstab 1:1000 angegeben. Miss zunächst die Nabenhöhe **in der Abbildung** ab:

Sie beträgt etwa 6 cm.

Der Maßstab 1:1000 sagt dir: Jeder cm in der Abbildung entspricht 1.000 cm in Wirklichkeit, oder auch: In der Wirklichkeit ist alles 1.000-mal größer.

Somit ist die Nabenhöhe in Wirklichkeit also $6\,\text{cm} \cdot 1.000 = 6.000\,\text{cm}$ groß.

Das Ergebnis soll in Metern angegeben werden. 1 m entspricht 100 cm. Wir müssen die Länge also **durch 100 teilen**; wir können auch sagen: wir müssen **zwei Nullen streichen**.

$6.000\,\text{cm} = 60\,\text{m}$.

Die tatsächliche Nabenhöhe h beträgt etwa 60 m.

Hinweis

Je nachdem in welchem Format du das Aufgabenblatt ausdruckst, oder die Länge am Bildschirm abmisst, kann es hier zu anderen Werten kommen!

b) ▶ **Windstärke bestimmen** (2 Punkte)

Die Windstärken richten sich nach der Geschwindigkeit in Kilometer pro Stunde. Wir müssen die Einheit also **umrechnen**.

$25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ bedeutet, dass in **einer Sekunde** 25 m zurückgelegt werden.

Eine Stunde besteht aus 60 Minuten. Eine Minute wiederum besteht aus 60 Sekunden. Damit ist eine Stunde genau $60 \cdot 60 = 3.600$ Sekunden lang.

In einer Stunde legt man mit dieser Geschwindigkeit also $25\,\text{m} \cdot 3.600 = 90.000\,\text{m}$ zurück.

1 km besteht aus 1.000 m. Damit entsprechen 90.000 m genau 90 km. Wir können also sagen:

$25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ entsprechen $90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

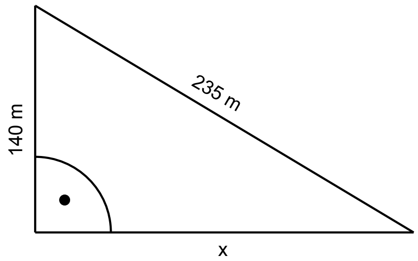
Diesen Wert kannst du jetzt mit der Tabelle unten vergleichen. Er passt in die Spalte „bis 102“. Die Geschwindigkeit entspricht somit der Windstärke 10.

c) ▶ **Entfernung des Hauses berechnen** (2 Punkte)

Die „Gesamthöhe Windkraftanlage“ setzt sich zusammen aus der **Nabenhöhe** und aus dem **Radius** des Rotorblattes. Für diese Gesamthöhe g gilt also:

$g = 95\,\text{m} + 45\,\text{m} = 140\,\text{m}$.

Diesen Wert kannst du in der rechten Abbildung eintragen:



Die Figur ist ein **rechtwinkliges Dreieck**. Die **Hypotenuse** ist 235 m lang und eine der beiden Katheten ist 140 m lang. Die Mindestentfernung des Hauses von der Windkraftanlage ist gerade die **Länge der zweiten Kathete**. Diese kannst du mit dem **Satz des Pythagoras** berechnen.

$$
\begin{aligned}
(140\,\text{m})^2 + x^2 &= (235\,\text{m})^2 \\
19.600\,\text{m}^2 + x^2 &= 55.225\,\text{m}^2 && \mid -19.600\,\text{m} \\
x^2 &= 55.225\,\text{m}^2 - 19.600\,\text{m}^2 \\
x^2 &= 35.625\,\text{m}^2 && \mid \sqrt{\;} \\
x &= 188{,}75\,\text{m} \approx 189\,\text{m}
\end{aligned}
$$

Das Haus muss mindestens 189 m von der Windkraftanlage entfernt sein, damit es nicht vom Schattenwurf erfasst wird.

Aufgabe 3

a) ▶ **Masse des Papiers berechnen** (2 Punkte)

Eines der Blätter ist 10 cm lang und 10 cm breit. Es hat somit einen **Flächeninhalt** von $A_{\text{Blatt}} = 10\,\text{cm} \cdot 10\,\text{cm} = 100\,\text{cm}^2$.

Wenn wir alle 500 Blätter des Notizblocks nebeneinander legen würden, so würden diese eine Fläche von $A_{\text{Block}} = 500 \cdot 100\,\text{cm}^2 = 50.000\,\text{cm}^2$ bedecken.

$1\,\text{m}^2$ entspricht $10.000\,\text{cm}^2$. Somit entsprechen $50.000\,\text{cm}^2$ genau $50\,\text{m}^2$.

Wir wissen, dass $1\,\text{m}^2$ des Papiers 80 g wiegt. Alle Blätter zusammen ergeben $50\,\text{m}^2$ des Papiers. Sie wiegen somit: $50 \cdot 80\,\text{g} = 400\,\text{g}$.
Alle Blätter sind zusammen 400 g schwer.

b) ▶ **Unterschied in Euro berechnen** (2 Punkte)

Berechne zunächst die **Gesamtkosten** der drei Angebote und vergleiche diese dann.

1. Schritt: Angebot 1

Es sollen 500 Blöcke bedruckt werden. Beim ersten Angebot kostet jeder Block **einzeln** 1,45 €. Der Druck kostet **pro Block** noch einmal 0,56 €.
Pro Block fallen also Kosten in Höhe von $1{,}45\,€ + 0{,}56\,€ = 2{,}01\,€$ an.
Für 500 Blöcke sind dies $500 \cdot 2{,}01\,€ = 1.005\,€$.
Auf diesen Preis kommen noch **19 %** Mehrwertsteuer:

$$\begin{array}{rlcll} & 100\,\% & \widehat{=} & 1.005\,€ & \\ \textbf{:100} \downarrow & & & & \downarrow \textbf{:100} \\ & 1\,\% & \widehat{=} & 10{,}05\,€ & \\ \boldsymbol{\cdot 19} \downarrow & & & & \downarrow \boldsymbol{\cdot 19} \\ & 19\,\% & \widehat{=} & 190{,}95\,€ & \end{array}$$

Damit ergibt sich ein **Gesamtpreis** von $1.005\,€ + 190{,}95\,€ = 1.195{,}95\,€$.

2. Schritt: Angebot 2

Pro Block fallen Kosten von insgesamt 1,95 € an. Für 500 Blöcke sind das $500 \cdot 1{,}95\,€ = 975\,€$.
Auch hier werden 19 % Mehrwertsteuer fällig:

$$\begin{array}{rlcll} & 100\,\% & \widehat{=} & 975\,€ & \\ \textbf{:100} \downarrow & & & & \downarrow \textbf{:100} \\ & 1\,\% & \widehat{=} & 9{,}75\,€ & \\ \boldsymbol{\cdot 19} \downarrow & & & & \downarrow \boldsymbol{\cdot 19} \\ & 19\,\% & \widehat{=} & 185{,}25\,€ & \end{array}$$

Ohne die Versandkosten liegt der Preis bisher bei $975\,€ + 185{,}25\,€ = 1.160{,}25\,€$.

Mit den Versandkosten von 30 € beträgt der **Gesamtpreis** schließlich 1.190,25 €.

3. Schritt: Angebot 3

Der Preis von Angebot 3 ist mit 1.130 € direkt angegeben.

Ein Vergleich zeigt, dass Angebot 3 das **günstigste** und Angebot 1 das **teuerste** ist. Der **Unterschied** der beiden Angebote liegt bei:

$1.195{,}95\,€ - 1.130\,€ = 65{,}95\,€$.

c) ▶ **Anzahl der Blätter berechnen** (2 Punkte)

Der Notizblock ist 12 cm hoch. Da 1 cm genau 10 mm entspricht, ist der Notizblock also 120 mm hoch.

Ein Blatt ist 0,1 mm dick. Die Frage ist jetzt: Wie viele dieser Blätter passen in einen Stapel, der 120 mm hoch ist; oder anders: Wie oft passt die 0,1 in die 120? Das Ergebnis erhalten wir durch **Division**:

$120\,\text{mm} : 0{,}1\,\text{mm} = 1.200$

Es sind 1.200 Blätter.

▶ **Anzahl der Blätter für Quadrat**

Ein Quadrat besitzt **vier gleich lange Kanten**. Bei uns heißt das: Auf jeder Seite des Quadrats liegen **gleich viele Blätter**.

Bei einer Kantenlänge a können wir den **Flächeninhalt** des Quadrats ausrechnen, nämlich $A_{\text{Quadrat}} = a \cdot a = a^2$. Der Flächeninhalt des Quadrats ist also gerade die **Quadratzahl** der Kantenlänge.

Insgesamt haben wir 1.200 Blätter zur Verfügung. Die Frage ist also: Welches ist die **größte Quadratzahl**, die in 1.200 steckt? Du kannst diese Frage auf **zwei Arten** lösen.

▶▶ **Lösungsweg A: Lösung über die Wurzel**

Mit der Wurzel einer Zahl A berechnen wir gerade eine andere Zahl a, deren **Quadrat** wieder A gibt; das klingt kompliziert. Wir können aber auch sagen: Mit der Wurzel einer Zahl A berechnen wir die **Länge der Kanten** des Quadrats mit Flächeninhalt A. Wenn du mit dem Taschenrechner die Wurzel von 1.200 berechnest, dann liefert er dir $\sqrt{1.200} \approx 34{,}64$. Die nächst kleinere **ganze Zahl** in dieser Wurzel ist die 34.

Das größtmögliche Quadrat hat also eine Kantenlänge von 34 Blättern. Du brauchst also $34 \cdot 34 = 1.156$ Blätter, um es zu legen.

▶▶ **Lösungsweg B: Lösung über Probieren**

Wir wissen, dass wir eine **Quadratzahl** suchen. Aus dem Mathematik-Unterricht kennst du sicher die Quadratzahlen von 1 bis 20, z.B. $10^2 = 100$, $14^2 = 196$ etc.

Wir betrachten jetzt größere Quadratzahlen, die uns in die Nähe der Zahl 1.200 bringen. Wir können dabei sehen:

$30^2 = 30 \cdot 30 = 900$ und $40^2 = 40 \cdot 40 = 1.600$.

Damit wissen wir, dass unsere Kantenlänge sich zwischen 30 und 40 Blättern bewegen muss. Durch Ausprobieren suchen wir jetzt die Quadratzahl, die **gerade noch** kleiner als 1.200 ist:

$30^2 = 900$:	kleiner als 1.200
$31^2 = 961$:	kleiner als 1.200
$32^2 = 1.024$:	kleiner als 1.200
$33^2 = 1.089$:	kleiner als 1.200
$34^2 = 1.156$:	kleiner als 1.200
$35^2 = 1.225$:	größer als 1.200

Das größtmögliche Quadrat hat eine Kantenlänge von 34 Blättern und wir benötigen dafür 1.156 Blätter.

Aufgabe 4

a) ▸ **Lebenszeit begründen** (2 Punkte)

Wenn Tim jetzt 11 Jahre alt ist, dann ist er am 13.Mai 2000 geboren.

Du kannst diese Aufgabe auf **zwei Arten** lösen.

▸▸ Lösungsweg A: Echte Dauer in Sekunden ermitteln

Tim lebt jetzt schon 11 Jahre. Wir wollen zunächst berechnen, wie viele **Tage** dies sind.

Ein Jahr hat 365 Tage. Allerdings hatten die Jahre 2004 und 2008 je einen **29. Februar**. Insgesamt lebt Tim also jetzt $11 \cdot 365 + 2 = 4.017$ Tage.

Ein Tag hat 24 Stunden: Er lebt also $4.017 \cdot 24 = 96.408$ Stunden.

Eine Stunde hat 60 Minuten: Tim lebt jetzt $96.408 \cdot 60 = 5.784.480$ Minuten

Eine Minute besteht zuletzt noch aus 60 Sekunden: $5.784.480 \cdot 60 = 347.068.800$ Sekunden.

Tim lebt also schon **fast 350 Tausend Sekunden**, aber das ist noch **weit** von einer Milliarde entfernt. Tims Aussage ist **falsch**.

▸▸ Lösungsweg B: Eine Milliarde Sekunden umrechnen

Eine andere Lösungsmöglichkeit ist es, die 1 Milliarde Sekunden in **Jahre** umzurechnen:

60 Sekunden ergeben eine Minute:
1.000.000.000 Sekunden entsprechen $1.000.000.000 : 60 = 16.666.700$ Minuten.

60 Minuten ergeben eine Stunde:
16.666.700 Minuten entsprechen $16.666.700 : 60 = 277.778$ Stunden.

24 Stunden ergeben einen Tag: 277.778 Stunden entsprechen $277.778 : 24 = 11.574$ Tagen.

365 ergeben ein Jahr: 11.574 Tage entsprechen $11.574 : 365 \approx 32$ Jahre.

Wenn Tim schon 1 Milliarde Sekunden leben würde, dann wäre er nicht erst 11, sondern bereits 32 Jahre alt.

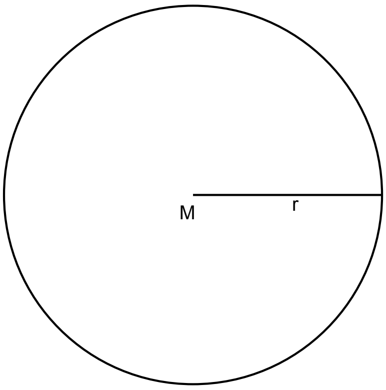
Die Aussage ist also **falsch**.

b) ▸ **Kreis zeichnen und teilen** (2 Punkte)

Der Innenwinkel in einem Kreis ist 360° groß. Wenn du den Kreis in 10 gleich große Sektoren teilen willst, so ist der Innenwinkel in jedem der Sektoren $360^\circ : 10 = 36^\circ$ groß.

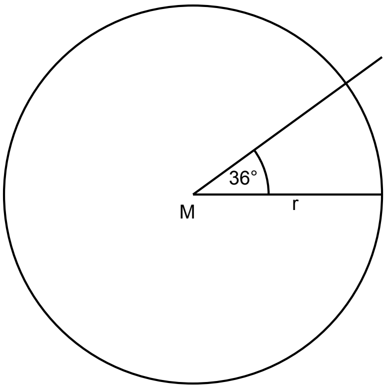
1. Schritt

Zeichne einen Kreis.

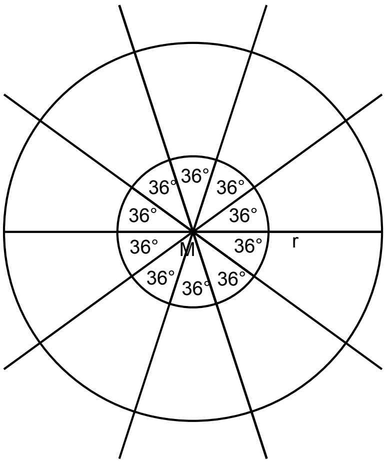


2. Schritt

Trage nun den ersten Winkel von 36 ° ab. Ein Schenkel des Winkels ist der **Radius** des Kreises. Der Winkel liegt im **Mittelpunkt** des Kreises an:



Die übrigen Teile des Kreises sind genau so groß. Du kannst sie auf die gleiche Weise zeichnen:



c) ▶ **Diagramm zeichnen** (2 Punkte)

Je schneller die Gruppe läuft, desto **steiler** steigt das Diagramm; je langsamer die Gruppe die läuft, desto **flacher** steigt das Diagramm.

Wenn die Gruppe eine Verschnaufpause macht, dann **bleibt** das Diagramm konstant, d.h. es steigt nicht weiter an.

Da die *y*-Achse den **zurückgelegten Weg** angibt, darfst du dich nicht verwirren lassen: Auch wenn die Gruppe **bergab** geht, steigt das Diagramm nach **oben**, weil der zurückgelegte Weg **größer wird**.

Mit diesen Informationen im Hinterkopf machen wir uns an das Diagramm: