a. Gegeben ist die Funktion g mit $g(x) = x \cdot e^{1-x}$ und ihr Graph (siehe Abbildung 1). (15BE)
Bestimmen Sie den Wendepunkt und zeichnen Sie ihn in Abbildung 1 ein, nachdem Sie die Achsen mit einer geeigneten Skala beschriftet haben. Beschreiben und begründen Sie Ihr Vorgehen.
Begründen Sie ferner den Verlauf des Graphen für $x \to^{+}_{-} \infty$

b. Berechnen Sie den Inhalt F der in Abbildung 1 markierten Fläche. (10BE)
Bestimmen Sie sodann den Inhalt $A(u)$ der Fläche zwischen dem Graphen von g, der x-Achse und der Parallelen zur y-Achse durch $x = u$, $u > 0$.
Berechnen Sie u $(u > 0)$ so, dass $A(u) = 2 \cdot F$ gilt. Gibt es auch einen Wert für u, so dass $A(u) = 4 \cdot F$ ist? Erläutern Sie Ihre Antwort.
Berechnen Sie den Grenzwert des Inhalts der Fläche $A(u)$ für $u \to +\infty$. Erläutern Sie, welche Bedeutung das Ergebnis für die betrachtete Fläche hat.

c. Bestimmen Sie eine ganzrationale Funktion dritten Grades, die an den Stellen $x = 0$, $x = 1$ und $x = 2$ mit der in Aufgabe a gegebenen Funktion übereinstimmt und denselben Hochpunkt besitzt. (7BE)
Skizzieren Sie Ihre Funktion in Abb. 1.

d. Betrachten Sie Abbildung 2. (8BE)
Die Funktion f_2 entsteht aus der Funktion f_1 mit $f_1(x) = e^x$ durch Spiegelung an der y-Achse und anschließende Streckung in y-Richtung mit dem Faktor $e(e \approx 2,7)$.
Skizzieren Sie den Graphen von f_2 im Koordinatensystem der Abbildung 2. Geben Sie den Term von f_2 an.

In Abbildung 3 sind die Graphen von f_3 und einer Exponentialfunktion f_4 sowie vier Punkte gegeben. Die vier Punkte liegen auf dem Graphen einer Funktion h, die das Produkt von f_3 und f_4 ist. Bestimmen Sie die Funktionsterme von f_3 und f_4 mit Hilfe der Zeichnung und geben Sie die genauen Koordinaten von P_3 und P_4 an.

Zeigen Sie, dass der Term der Funktion h mit $g(x)$ aus Teil a übereinstimmt.

Material

Abbildung 1

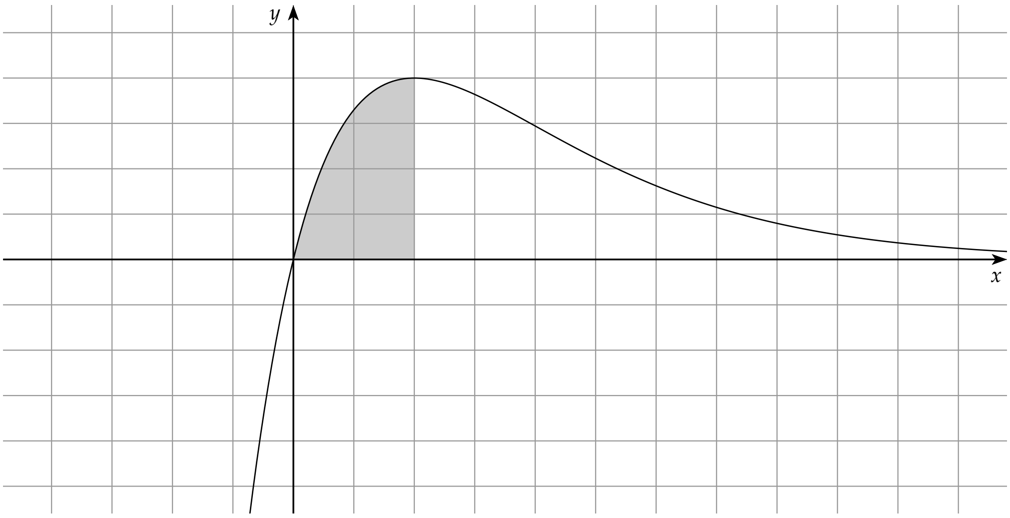

Abbildung 2

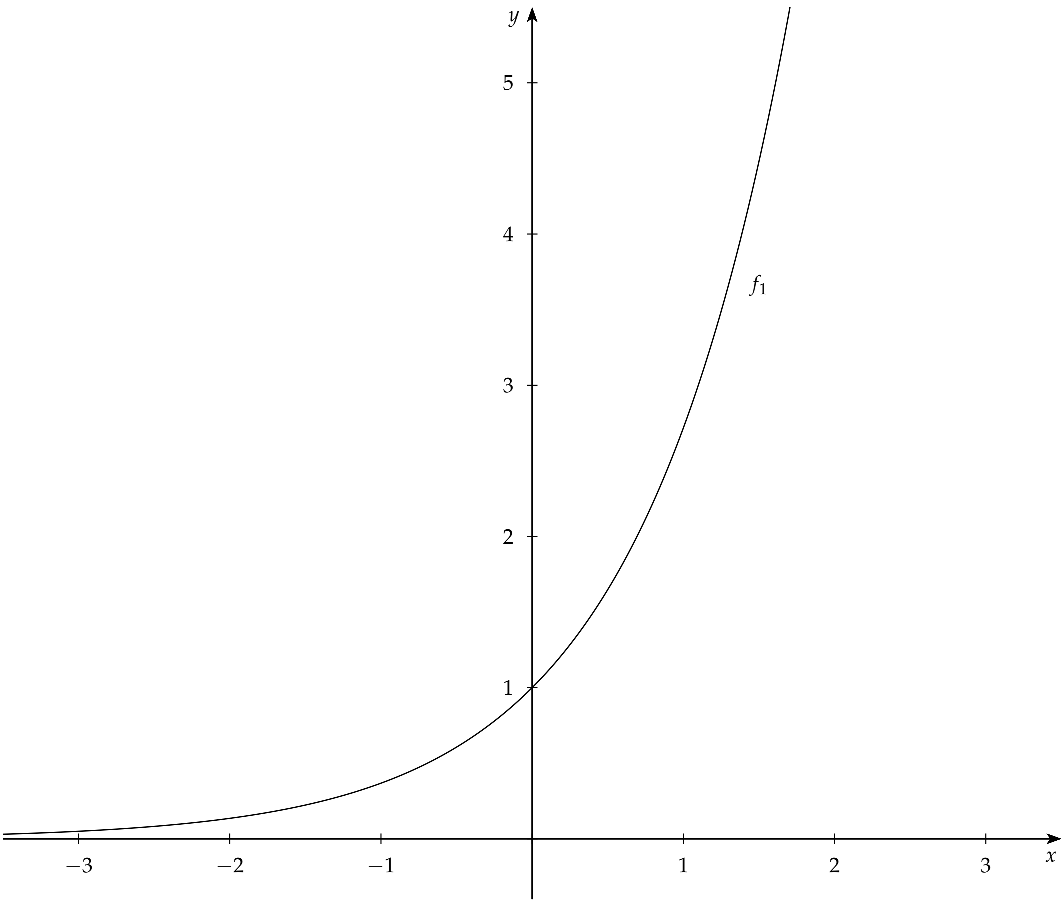

Abbildung 3