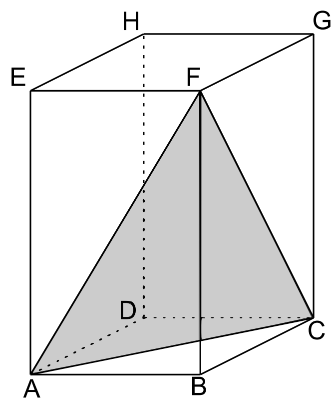
Gegeben sind drei Punkte $A\,(0|0|0)$, $B\,(-1|3|0)$ und $C\,(2|2|0)$, sowie die Gerade
$$g: \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

1. Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC gleichschenklig ist. (10BE)

   Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes D so, dass die Punkte A, B, C und D ein Parallelogramm bilden und begründen Sie, dass das Parallelogramm $ABCD$ in der x_1-x_2-Koordinatenebene liegt.

   Stellen Sie das Parallelogramm $ABCD$ in einem geeigneten Koordinatensystem dar.

2. Das Parallelogramm $ABCD$ soll als Grundfläche für ein senkrechtes Prisma dienen. Der Eckpunkt F des Parallelogramms ist dabei der Schnittpunkt der Geraden g mit der Ebene $E: x_3 = 4$. (12BE)
   Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes F und vervollständigen Sie das Parallelogramm aus Aufgabenteil 1. zu diesem Prisma.
   Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E_2, in der die Punkte A, C und F liegen, in Koordinatenform.
   Berechnen Sie den Winkel, unter dem die Ebene E_2 die Ebene E schneidet.



3. Erklären Sie folgende Rechnung und interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang. (8BE)

(1) $M\colon \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2} \cdot \left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}\right) \quad \Rightarrow M\,(1\mid 1\mid 0)$

(2) $\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

(3) $\overrightarrow{MF} \circ \overrightarrow{AC} = 2 \cdot (-2) + 2 \cdot 2 + 0 = 0$

(4) $\frac{1}{2} \cdot \left|\overrightarrow{MF}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AC}\right| = 4 \cdot \sqrt{3}$