

a) ▶ **Koordinaten des Mittelpunktes von \overline{EC} bestimmen**

(7P)

Gegeben ist der Würfel $ABCDEFGH$ mit den Eckpunkten $A(6|-6|-6)$, $B(6|6|-6)$, $D(-6|-6|-6)$ und $E(6|-6|6)$. Die Kanten dieses Würfels verlaufen parallel zu den Koordinatenachsen.

Weiterhin sind die Punkte $P(3|-2|-1)$ und $Q(-9|6|3)$ gegeben.

Gesucht ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{EC} . In der Aufgabenstellung ist allerdings nur der Punkt E gegeben. Bestimme also in einem ersten Schritt die Koordinaten des Punktes C . Hierbei kannst du die Eigenschaft des Würfels ausnutzen, dass alle Kanten parallel verlaufen. Du findest also eine Vektorkette um die Koordinaten von C zu bestimmen:

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AD}$$

Berechne im zweiten Schritt den Mittelpunkt der Strecke \overline{EC} . Hierzu hast du zwei Möglichkeiten. Zum einen über eine Vektorkette, zum anderen über die Formel des Mittelpunktes einer Strecke \overline{AB} :

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$$

▶ **Begründen, dass von P und Q nur einer innerhalb des Würfels liegt**

Da die Koordinaten der Eckpunkte des Würfels alle mindestens 6 LE vom Ursprung entfernt sind, müssen Punkte die außerhalb des Würfels liegen, mindestens eine Koordinate größer als 6 aufweisen. Andernfalls befindet sich der Punkt innerhalb des Würfels.

b) ▶ **Koordinaten des Schnittpunktes S bestimmen**

(8P)

Um die Koordinaten des Schnittpunktes S zu bestimmen, schneidest du die Gerade g mit der hinteren Würfel­fläche $DCGH$. Du berechnest also den Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ebene.

Zuerst stellst du hierfür die Geradengleichung von g auf. Wähle dazu P oder Q als Stützpunkt aus und stellst den Richtungsvektor vom Stützpunkt zum noch fehlenden Punkt auf.

Als zweites bestimmst du die Ebenengleichung der hinteren Würfel­fläche $DCGH$. Diese sollte in Parameterform sein, damit du sie mit der Geraden schneiden kannst und ein lineares Gleichungssystem erhältst. Du wählst dir also einen Stützpunkt aus, von dem du zwei Spannvektoren zu zwei weiteren Punkten aufstellen kannst.

Anschließend setzt du die Geraden- und die Ebenengleichung gleich und erhältst ein lineares Gleichungssystem, welches sich nach den skalaren Parametern der Gleichungen auflösen lässt.

Setzt du die Lösungen wieder in die zugehörigen Gleichungen ein, so erhältst du die Koordinaten des Schnittpunktes S .

Das Einsetzen der anderen Parameter in die andere Gleichung dient zur Probe.

▶ **Untersuchen, ob Mittelpunkt des Würfels auf g liegt**

Es soll untersucht werden, ob eine Punkt auf einer Geraden liegt.

Hierfür setzt du den Punkt in die Geradengleichung ein und führst eine Punktprobe durch.