1. a) ▸ **Schnittgerade der Ebenen berechnen** (3BE)

Bilde aus den beiden Koordinatengleichungen ein lineares Gleichungssystem und löse dieses auf.

$$\begin{array}{ll} \text{I} & x_3 - 1 = 0 \\ \text{II} & 8x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 5 = 0 \end{array}$$

Aus I folgt: $x_3 = 1$. Setze dies ein in II:

$$\begin{aligned} 8x_1 - 4x_2 + 5 - 5 &= 0 \\ 8x_1 - 4x_2 &= 0 \\ -4x_2 &= -8x_1 \\ x_2 &= 2x_1 \end{aligned}$$

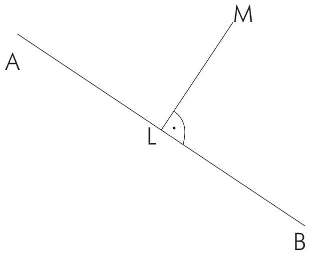
Dein Lösungsvektor $\overrightarrow{x}$ hat momentan also folgende Koordinaten: $\overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ 2x_1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Setze nun $x_1 = r$ und bringe die Gleichung auf die Form einer Geradengleichung:

$$\overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} r \\ 2r \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \\ 2r \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) ▸ **Fußpunkt L berechnen** (3BE)

Jeder Punkt L auf der Geraden g hat die Koordinaten $L\,(r \mid 2r \mid 1)$, dies folgt direkt aus der Geradengleichung.



Bilde allgemein den Verbindungsvektor $\overrightarrow{ML}$. Dieser soll **senkrecht** auf der Geraden stehen, somit soll er senkrecht auf dem Richtungsvektor der Geraden stehen, d.h. dass das Skalarprodukt des Richtungsvektors der Geraden mit $\overrightarrow{ML}$ Null ergeben muss.

$$\overrightarrow{ML} = \begin{pmatrix} r & - & -2 \\ 2r & - & 6 \\ 1 & - & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r+2 \\ 2r-6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Das Skalarprodukt von $\overrightarrow{ML}$ mit dem Richtungsvektor der Geraden soll Null ergeben:

$$\overrightarrow{ML} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} r+2 \\ 2r-6 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} (r+2)+(2\cdot(2r-6))+0 &= 0 \\ r+2+4r-12 &= 0 \\ 5r-10 &= 0 \quad \mid +10 \\ 5r &= 10 \quad \mid :5 \\ r &= 2 \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich der Verbindungsvektor $\overrightarrow{ML} = \begin{pmatrix} 2+2 \\ 2\cdot 2-6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

Berechne nun die Koordinaten des Fußpunktes L:

$$\overrightarrow{OL} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ML}$$

$$\overrightarrow{OL} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

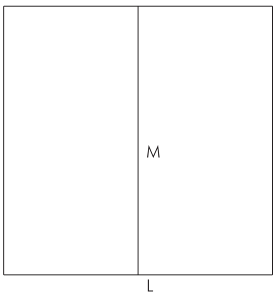
Daraus ergibt sich der Punkt $L\,(2 \mid 4 \mid 1)$.

c) ▸ **Koordinaten von A und B bestimmen** (5BE)

Der Punkt M ist der **Mittelpunkt** des Quadrates $ABCD$. L ist der Lotfußpunkt von M auf die Gerade g, die durch A und B verläuft.

Somit verläuft die Gerade durch L und M **orthogonal** zu g, d.h. sie verläuft parallel zu den anderen beiden Seiten des Quadrates.

Dadurch, dass M in der Mitte des Quadrates $ABCD$ liegt und (ML) parallel zu den Strecken $\overline{AD}$ bzw. $\overline{BC}$ verläuft, ist L der **Mittelpunkt** der Strecke $\overline{AB}$.



Somit gilt $\overline{LM} = \overline{LA} = \overline{LB}$.

Da A und B auf g liegen, haben beide als allgemeine Koordinaten

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} r \\ 2r \\ 1 \end{pmatrix}$$

Greife den Ansatz von oben neu auf:

$$\begin{aligned}
\overline{LM} &= \overline{LA} = \overline{LB} \\
\left|\overrightarrow{LM}\right| &= \left|\overrightarrow{LA}\right| = \left|\overrightarrow{LB}\right| \\
\left|\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}\right| &= \left|\begin{pmatrix} r & - & 2 \\ 2r & - & 4 \\ 1 & - & 1 \end{pmatrix}\right| \\
\sqrt{(-4)^2+(2)^2} &= \sqrt{(r-2)^2+(2r-4)^2} \\
\sqrt{20} &= \sqrt{r^2-4r+4+4r^2-16r+16} \\
\sqrt{20} &= \sqrt{5r^2-20r+20} && |\,(\,)^2 \\
20 &= 5r^2-20r+20 && |-20 \\
0 &= 5r^2-20r && |\, r \text{ ausklammern} \\
0 &= r\cdot(5r-20)
\end{aligned}$$

Ein Produkt ist Null, wenn einer seiner Faktoren Null ist:

$$r_1 = 0$$

$$\begin{aligned}
5r_2-20 &= 0 && |+20 \\
5r_2 &= 20 && |:5 \\
r_2 &= 4
\end{aligned}$$

Eingesetzt in die allgemeinen Koordinaten von A und B ergeben sich so die beiden Punkte:
$A\,(0\,|\,0\,|\,1)$ und $B\,(4\,|\,8\,|\,1)$.

▶ Koordinaten von C und D ermitteln

A und B sind nun bekannt. Außerdem kennst du den Mittelpunkt des Quadrats M und du hast festgestellt, dass $\overrightarrow{LM}$ parallel zu den Seiten $\overline{AD}$ und $\overline{BC}$ verläuft.
Da M der Mittelpunkt des Quadrats ist, ist $\overline{LM}$ genau **halb so lang** wie $\overline{AD}$ und $\overline{BC}$.
Berechne also $\overrightarrow{OD}$ und $\overrightarrow{BC}$ folgendermaßen:

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{OD} &= \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AD} \\
&= \overrightarrow{OA}+2\cdot\overrightarrow{LM} \\
&= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 2\cdot\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{OC} &= \overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BC} \\
&= \overrightarrow{OB}+2\cdot\overrightarrow{LM} \\
&= \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix} + 2\cdot\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 12 \\ 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Das Quadrat hat also die Eckpunkte $A\,(0\,|\,0\,|\,1)$, $B\,(4\,|\,8\,|\,1)$, $C\,(-4\,|\,12\,|\,1)$ und $D\,(-8\,|\,4\,|\,1)$.

d) ▸ **Koordinaten von S bestimmen** (4BE)

M ist der Fußpunkt des Lotes von S auf die Grundfläche, d.h. die Gerade, die durch M und S verläuft, ist **senkrecht zur Grundfläche**, sie ist also **parallel zum Normalenvektor** der Ebene E, in der die Grundfläche liegt.

Weiterhin weißt du, dass S in der Ebene H liegt. Bilde also die Gleichung einer Geraden h, die senkrecht zu E durch M verläuft und berechne deren Schnittpunkt mit H.

Verwende als Stützvektor der Geraden den Ortsvektor $\overrightarrow{OM}$ und als Richtungsvektor den Normalenvektor von E, den direkt aus der Koordinatengleichung der Ebene ablesen kannst: $\overrightarrow{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$$h: \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Die Ebene H ist dir in Koordinatenform gegeben. Teile also die Gleichung der Geraden g in die einzelnen „Zeilen", d.h. in die einzelnen Koordinaten auf und setze diese in die Ebenengleichung von H ein:

$$\begin{array}{lll} \text{I} & x_1 = & -2 \\ \text{II} & x_2 = & 6 \\ \text{III} & x_3 = & 1 + s \end{array}$$

Eingesetzt in H ergibt sich:

$$\begin{aligned} 8\cdot(-2) - 4\cdot 6 + 5\cdot(1+s) - 5 &= 0 \\ -16 - 24 + 5 + 5s - 5 &= 0 \\ -40 + 5s &= 0 \quad |+40 \\ 5s &= 40 \quad |:5 \\ s &= 8 \end{aligned}$$

Setze $s = 8$ in die Geradengleichung von h ein, um den Schnittpunkt $S(-2\,|\,6\,|\,9)$.

2. a) ▸ **Oberfläche berechnen** (4BE)

Die Oberfläche der Pyramide besteht aus 5 Teilen: 4 gleich großen, gleichschenkligen Dreiecken und einem Quadrat als Grundfläche.

1. Schritt: Flächeninhalt der Dreiecke berechnen

Der Flächeninhalt eines Dreiecks berechnet sich über die Formel $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$, wobei g die Grundseite und h die Höhe ist.

Betrachte das Dreieck ABS. Als Grundseite kannst du $g = \overline{AB}$ verwenden. Die Höhe muss senkrecht auf der Grundseite stehen.

Die Vermutung liegt nahe, dass die Strecke $\overline{SL}$ als Höhe dienen könnte. Überprüfe aber zunächst, ob die Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{SL}$ senkrecht aufeinander stehen:

$$\overrightarrow{AB}\circ\overrightarrow{SL}=\begin{pmatrix}4\\8\\0\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}4\\-2\\-8\end{pmatrix}=4\cdot4+8\cdot(-2)+0=16-16=0$$

Damit stehen die Vektoren und somit auch die Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{SL}$ senkrecht aufeinander und du kannst als Höhe des Dreiecks $h=\overline{SL}$ benutzen.

Für den Flächeninhalt ergibt sich also:

$$\begin{aligned}A&=\frac{1}{2}\cdot\overline{AB}\cdot\overline{SL}\\&=\frac{1}{2}\cdot\left|\begin{pmatrix}4\\8\\0\end{pmatrix}\right|\circ\left|\begin{pmatrix}4\\-2\\-8\end{pmatrix}\right|=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{4^2+8^2}\cdot\sqrt{4^2+(-2)^2+(-8)^2}\\&=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{16+64}\cdot\sqrt{16+4+64}=\frac{1}{2}\sqrt{80}\cdot\sqrt{84}\\&=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{80\cdot84}=\frac{1}{2}\sqrt{6720}\approx40,99\end{aligned}$$

Eines der Dreiecke hat also einen Flächeninhalt von etwa $40,99$ FE.

2. Schritt: Flächeninhalt des Quadrates bestimmen

Die vier Seiten eines Quadrates sind alle gleich lang, die Länge der Seite $\overline{AB}$ hast du bereits ausgerechnet: $\overline{AB}=\sqrt{80}$. Für den Flächeninhalt des Quadrates gilt also $A=\sqrt{80}^2=80$.

3. Schritt: Gesamte Oberfläche berechnen

Die Oberfläche besteht wie oben bereits erwähnt aus 4 der Dreiecke wie ABS und aus der Grundfläche. Als gesamte Oberfläche ergibt sich also:

$$O=4\cdot40,99+80\approx243,96\text{ FE}$$

b) ▶ **Koordinaten der Schnittpunkte angeben** (4BE)

Bilde zunächst die Gleichungen der Geraden k und l, welche durch die Punkte A und S bzw. B und S liegen:

$$\begin{aligned}k:\overrightarrow{x}&=\overrightarrow{OA}+k\cdot\overrightarrow{AS}\\&=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}+k\cdot\begin{pmatrix}-2\\6\\8\end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}l:\overrightarrow{x}&=\overrightarrow{OB}+l\cdot\overrightarrow{BS}\\&=\begin{pmatrix}4\\8\\1\end{pmatrix}+l\cdot\begin{pmatrix}-6\\-2\\8\end{pmatrix}\end{aligned}$$

Die Schnittpunkte R_a und Q_a berechnest du nun, indem du die Geradengleichungen wie oben in die einzelnen Zeilen aufteilst und in die Ebenengleichung von F_a einsetzt.

$$\begin{array}{llcl}
\text{I} & x_1 = & & -2k \\
\text{II} & k: x_2 = & & 6k \\
\text{III} & x_3 = & 1 + & 8k
\end{array}
\qquad
\begin{array}{llcl}
\text{I} & x_1 = & 4 - & 6l \\
\text{II} & l: x_2 = & 8 - & 2l \\
\text{III} & x_3 = & 1 + & 8l
\end{array}$$

Setze die einzelnen Koordinaten der jeweiligen Geraden in die Gleichung von F_a ein, um die beiden Schnittpunkte R_a und Q_a zu bestimmen:

$$\begin{aligned}
(1+8k) - a &= 0 &&|-1+a \\
8k &= a-1 &&|:8 \\
k &= \frac{a-1}{8}
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
(1+8l) - a &= 0 &&|-1+a \\
8l &= a-1 &&|:8 \\
l &= \frac{a-1}{8}
\end{aligned}$$

Setze $k = \frac{a-1}{8}$ und $l = \frac{a-1}{8}$ in die jeweilige Geradengleichung ein und bestimme somit die Schnittpunkte Q_a und R_a:

$$\overrightarrow{OQ_a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{a-1}{8} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-2(a-1)}{8} \\ \frac{6(a-1)}{8} \\ 1 + \frac{8(a-1)}{8} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-(a-1)}{4} \\ \frac{3(a-1)}{4} \\ 1 + a - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-(a-1)}{4} \\ \frac{3(a-1)}{4} \\ a \end{pmatrix}$$

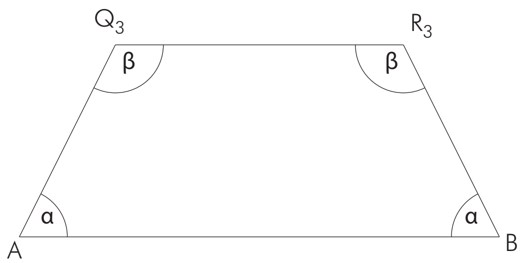
$$\overrightarrow{OR_a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{a-1}{8} \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + \frac{-6(a-1)}{8} \\ 8 + \frac{-2(a-1)}{8} \\ 1 + \frac{8(a-1)}{8} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{16}{4} + \frac{-3(a-1)}{4} \\ \frac{32}{4} + \frac{-(a-1)}{4} \\ 1 + a - 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{16-3a+3}{4} \\ \frac{32-a+1}{4} \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{19-3a}{4} \\ \frac{33-a}{4} \\ a \end{pmatrix}$$

c) ▸ **Innenwinkel des Trapezes bestimmen** (3BE)

Bestimme zunächst die genauen Koordinaten von Q_3 und R_3:
$Q_3\left(-\frac{1}{2} \mid \frac{3}{2} \mid 3\right)$ und $R_3\left(\frac{5}{2} \mid \frac{15}{2} \mid 3\right)$

Das Trapez ist **regelmäßig**, d.h. es gibt nur zwei verschiedene Innenwinkel:



Berechne also den Winkel zwischen den Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{AQ_3}$ und den zwischen den Seiten $\overline{AQ_3}$ und $\overline{Q_3R_3}$.

$$\cos\alpha = \frac{\left|\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{AQ_3}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AQ_3}\right|}$$

$$= \frac{\left|\begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \\ 2 \end{pmatrix}\right|}{\left|\begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \\ 2 \end{pmatrix}\right|} = \frac{\left|4 \cdot (-\frac{1}{2}) + 8 \cdot \frac{3}{2}\right|}{\sqrt{4^2 + 8^2} \cdot \sqrt{(-\frac{1}{2})^2 + (\frac{3}{2})^2 + 2^2}}$$

$$= \frac{|-2+12|}{\sqrt{80} \cdot \sqrt{\frac{13}{2}}} = \frac{10}{\sqrt{520}} \approx 0,4385$$

$$\alpha = \cos^{-1}(0,4385) \approx 63,99$$

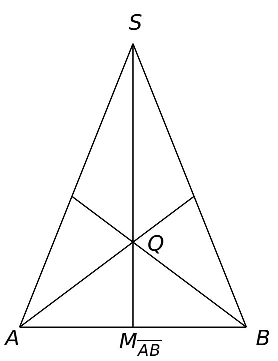
Die Summe der Innenwinkel im Trapez beträgt wie in jedem Vieleck ab vier Ecken genau 360. Der Winkel $\alpha = 63,99$ kommt im Trapez zwei Mal vor, ebenso wie der Winkel β, der noch unbekannt ist. Es gilt also:

$$\begin{aligned} 2 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta &= 360 && |\ \alpha = 63,99 \\ 127,98 + 2 \cdot \beta &= 360 && |-127,98 \\ 2 \cdot \beta &= 232,02 && |:2 \\ \beta &= 116,01 \end{aligned}$$

d) ▶ **Bestimmung des Punktes P** (4BE)

Der Schwerpunkt eines Dreiecks liegt im Schnittpunkt der Seitenhalbierenden. Von diesem Punkt soll senkrecht zur Seitenflächen ein Schacht mit der Länge 1,5LE in die Pyramide gehen. Mithilfe des normierten Normalenvektors $\overrightarrow{n_0}$ kann man diese 1,5LE senkrecht zur Seitenfläche "abtragen".

1.Schritt: Bestimmung des Schwerpunktes Q



Es ist $M_{\overline{AB}} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OL}$.

$$M_{\overline{AB}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{OL}$$

Es ist $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OM_{AB}} + \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{M_{AB}S}$

$$\overrightarrow{OQ} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{14}{3} \\ \frac{11}{3} \end{pmatrix}$$

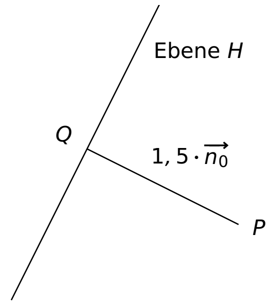
Es ist $Q\left(\frac{2}{3}\middle|\frac{14}{3}\middle|\frac{11}{3}\right)$.

2. Schritt: Aufstellen der Ebenengleichung der Seitenfläche ABS

Diese ist in der Aufgabenstellung schon gegeben mit

$H: \ 8x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 5$

3. Schritt: Bestimmung des Punktes P **der Grabkammer**



Es ist $\overrightarrow{n_0} = \overrightarrow{n} \cdot \frac{1}{\sqrt{\overrightarrow{n}}}$

$$\overrightarrow{n_0} = \begin{pmatrix} -8 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{(-8)^2 + 4^2 + (-5)^2}} = \begin{pmatrix} \frac{-8}{\sqrt{105}} \\ \frac{4}{\sqrt{105}} \\ \frac{-5}{\sqrt{105}} \end{pmatrix}$$

Der Punkt P ergibt sich mit

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OQ} + 1,5 \cdot \begin{pmatrix} \frac{-8}{\sqrt{105}} \\ \frac{4}{\sqrt{105}} \\ \frac{-5}{\sqrt{105}} \end{pmatrix}$$

Es ist $P\left(\frac{2}{3} + \frac{-8}{\sqrt{105}}\middle|\frac{14}{3} + \frac{4}{\sqrt{105}}\middle|\frac{11}{3} + \frac{-5}{\sqrt{105}}\right)$.

▸ Bestimmung des Punktes P' der zweiten Grabkammer

Der Punkt P' hat von allen Seiten (Seitenfläche und Grundfläche) den selben Abstand. Da der Punkt $M(-2|6|1)$ der Mittelpunkt der Grundfläche der Pyramide ist und somit von allen Seiten den selben Abstand hat, ergibt sich P' mit $(-2|6|t)$ (P' liegt ebenfalls auf der Mittelachseder Pyramide). Nun muss man nur noch die x_3-Koordinate, also die Höhe des Punktes, bestimmen.

Aus Symmetriegründen (es handelt sich ja um eine quadratische Pyramide) reicht es, wenn man hier nur die Grundfläche und eine Seitenfläche beachtet (z.B. ABS mit der Ebenengleichung $H: \ 8x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 5$).

Der Punkt hat von der Grundfläche $H: \ x_3 - 1 = 0$ den Abstand $t-1$. Also muss der Punkt auch den Abstand $t-1$ zu den Seitenflächen haben. Diesen kann man nun mit der hessischen Normalenform berechnen.

HNF von H aufstellen

$$d = \left| \frac{8x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 5}{\sqrt{8^2 + (-4)^2 + 5^2}} \right|$$

Setzt man nun den Punkt $P'(-2|6|t)$ ein, so muss für den Abstand $d = t-1$ gelten.

$$\begin{aligned}
d = |t-1| &= \left| \frac{8\cdot(-2) - 4\cdot 6 + 5\cdot t - 5}{\sqrt{8^2+(-4)^2+5^2}} \right| \\
|t-1| &= \left| \frac{-45+5t}{\sqrt{105}} \right| && |\cdot\sqrt{105} \\
\sqrt{105}\cdot|t-1| &= |-45+5t|
\end{aligned}$$

Aufgrund der Betragsstriche muss man zwei Möglichkeiten verfolgen.

1. Möglichkeit

$$\begin{aligned}
\sqrt{105}\cdot(-(t-1)) &= -45+5t \\
-t\sqrt{105}+\sqrt{105} &= -45+5t && |-\sqrt{105};-5t \\
-t\sqrt{105}-5t &= -45-\sqrt{105} \\
t\cdot\left(-\sqrt{105}-5\right) &= -45-\sqrt{105} && |:\left(-\sqrt{105}-5\right) \\
t_1 &\approx 3,6
\end{aligned}$$

2. Möglichkeit

$$\begin{aligned}
\sqrt{105}\cdot(t-1) &= -45+5t \\
t\sqrt{105}-\sqrt{105} &= -45+5t && |+\sqrt{105};-5t \\
t\sqrt{105}-5t &= -45+\sqrt{105} \\
t\cdot\left(\sqrt{105}-5\right) &= -45+\sqrt{105} && |:\left(\sqrt{105}-5\right) \\
t_2 &\approx -6,6
\end{aligned}$$

Da für $t = -6,6$ der Punkt außerhalb der Pyramide liegt, kann nur $t = 3,6$ eine Lösung sein.
Damit ergibt sich $P'(-2 \mid 6 \mid 3,6)$.