



1. ► Einsetzen der Ziffern

(1P)

Erinnere dich daran, wie du beim schriftlichen Addieren vorgehst: Du beginnst bei den hintersten Ziffern und arbeitest dich immer weiter nach vorne. Diese Vorgehensweise solltest du auch bei dieser Aufgabe anwenden.

1. Schritt: Hintere Ziffern

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ + \square \square \square \\ \hline 7 \ 0 \ 2 \end{array}$$

Du beginnst bei den hintersten Ziffern. Die Summe der beiden Zahlen, die an dieser Stelle stehen, muss mit einer 2 enden. Folgende **Ergebnisse** dürfen also bei der Addition der beiden Ziffern rauskommen: 2; 12

Gehe jetzt der Reihe nach vor und entscheide, welche der möglichen Ergebnisse mit den gegebenen Zahlen möglich sind.

2 : Es ist nicht möglich durch Addition der gegebenen Zahlen eine 2 zu erhalten.

12 : Die Summe von 8 und 4 ist 12: **8+4=12**

Die beiden letzten Ziffern müssen 8 und 4 sein. Es ist egal, in welche Zeile du die beiden Zahlen schreibst, da die Reihenfolge beim Addieren keine Rolle spielt. Wichtig ist nur, dass sie an der letzten Stelle stehen.

$$\begin{array}{r} \square \square 8 \\ + \square \square 4 \\ \hline 1 \\ 7 \ 0 \ 2 \end{array}$$

2. Schritt: Mittlere Ziffern

$$\begin{array}{r} \square \square 8 \\ + \square \square 4 \\ \hline 1 \\ 7 \ 0 \ 2 \end{array}$$

Da du dich von hinten nach vorne arbeitest, musst du dich jetzt um die mittleren Ziffern kümmern. Hier muss die Summe der beiden Zahlen mit einer Null enden. Mögliche **Ergebnisse** wären also: 0; 10

Du musst aber noch die 1 (Übertrag) beachten, die du von den beiden hinteren Ziffern übertragen musstest. Aus diesem Grund ist die 0 als Ergebnis durch eine Addition der beiden Zahlen nicht möglich.

10 : Die Summe von 1 und 6 und 3 ist 10: **1+6+3=10**

Die beiden mittleren Ziffern müssen 6 und 3 sein. Es ist egal, in welche Zeile du die beiden Zahlen schreibst, da die Reihenfolge beim Addieren keine Rolle spielt. Wichtig ist nur, dass sie in der Mitte stehen.

$$\begin{array}{r} \square \ 3 \ 8 \\ + \square \ 6 \ 4 \\ \hline 7 \ 0 \ 2 \end{array}$$

3. Schritt: Vordere Ziffern

$$\begin{array}{r} \square \ 3 \ 8 \\ + \square \ 6 \ 4 \\ \hline 7 \ 0 \ 2 \end{array}$$

Nun bleiben nur noch zwei Zahlen übrig. Du solltest jedoch unbedingt kontrollieren, ob diese beiden Zahlen auch passen. Du kannst wieder genauso vorgehen, wie bei den hintern und den mittleren Ziffern.

Hier muss die Summe der beiden Zahlen mit einer Sieben enden. Mögliche **Ergebnisse** wären also: 7; 17

Hier musst du aber noch die 1 (Übertrag) beachten, die du von den beiden mittleren Ziffern übertragen musstest.

7 : Die Summe von 1 und 5 und 1 ist 7: **1+5+1=7**

Die beiden mittleren Ziffern müssen 1 und 5 sein. Es ist egal, in welche Zeile du die beiden Zahlen schreibst, da die Reihenfolge beim Addieren keine Rolle spielt. Wichtig ist nur, dass sie vorne stehen.

$$\begin{array}{r} 1 \ 3 \ 8 \\ + 5 \ 6 \ 4 \\ \hline 7 \ 0 \ 2 \end{array}$$

Durch die Addition von 138 und 564 erhält man 702 als Ergebnis. Hierfür gibt es jedoch auch andere Möglichkeiten, beispielsweise $538 + 164$ oder $568 + 134$.

2. ► Überschlagen einer Division

(1P)

Beim Überschlagen musst du die beiden Zahlen **zunächst geschickt** runden und anschließend die Division mit den gerundeten Zahlen durchführen.

1. Schritt: Geschicktes Runden

Schau dir zunächst einmal die möglichen Ergebnisse an. Keines der möglichen Ergebnisse ist eine Kommazahl. Das heißt, dass es bei der Division **keinen Rest** gegeben hat.

Jetzt kannst du dir den **Teiler** anschauen. Zunächst solltest du so runden, dass du keine Zahlen nach dem Komma hast.



Wenn bei der Zahl, die du runden möchtest, nach dem Komma eine Zahl steht, die kleiner als 4 ist, wird abgerundet. Abrunden heißt, dass alles, was nach dem Komma steht, „abgehackt“ wird. Das musst du hier machen:

$$40,173 \approx 40$$

Der Teiler ist ungefähr 40.

Nun musst du noch die **Zahl, die geteilt wird**, runden. In dieser Aufgabe ist es die Zahl 160.012,24. Der gerundete Teiler ist 40. Du musst jetzt so runden, dass es bei der Division keinen Rest gibt. Beim Runden kannst du jetzt schrittweise vorgehen:

Zunächst kannst du auf 160.012 abrunden, da es auf jeden Fall einen Rest gibt, wenn nach dem Komma noch eine Zahl steht. Bei der Division von 160.012 durch 40 wird es aber auf jeden Fall einen Rest geben, da die 12 (letzten beiden Ziffern von 160.012) kleiner als 40 ist. Daher musst du noch grober abrunden.

Jetzt kannst du auf 160.010 abrunden. Hier gibt es jedoch auch wieder einen Rest.

Zum Schluss rundest du auf 160.000 ab. Diese Zahl lässt sich ohne Rest durch 40 teilen.

2. Schritt: Division

Die Division, die du jetzt durchführen musst, ist $160.000 : 40$.

$$\begin{array}{r} 160.000 : 40 = 4.000 \\ - \underline{160} \\ \quad 00 \\ \quad -0 \\ \quad \quad 00 \\ \quad \quad -0 \\ \quad \quad \quad 00 \\ \quad \quad \quad -0 \\ \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

Das richtige Ergebnis ist 4.000.

3. ► Spiegelung der Figur

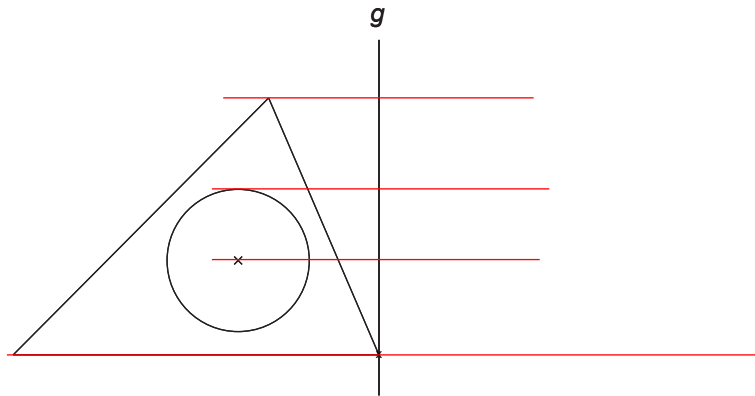
(1P)

Spiegle zunächst die **Eckpunkte** und einen Punkt auf dem **Kreis** der Figur an der Geraden g . Dann kannst du die Punkte miteinander verbinden und mit deinem Zirkel den Kreis konstruieren.

1. Schritt: Spiegelung der Eckpunkte und eines Punkts auf dem Kreis

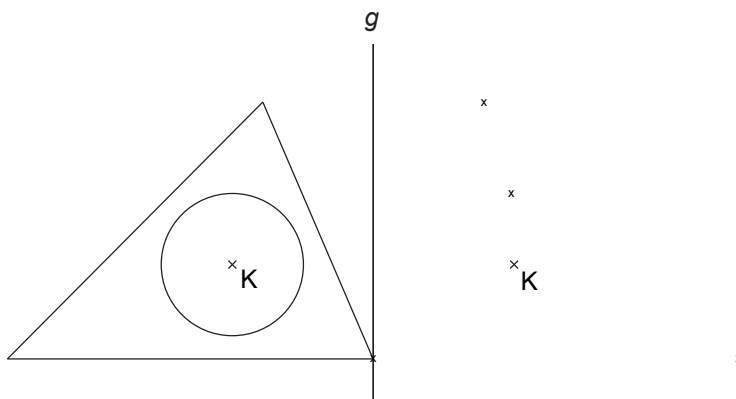
Um die Eckpunkte und einen Punkt auf dem Kreis an der Geraden zu spiegeln, benötigst du ein Geodreieck und einen Zirkel. Nimm erst einmal dein **Geodreieck** zur Hand und lege es mit der langen Seite nach oben auf das Blatt. Verschiebe es jetzt so, dass die Linie, die durch die 90°-Winkelmarkierung geht, auf der Geraden g liegt. Verschiebe das Geodreieck jetzt so lange nach oben und unten, bis die lange Seite durch den oberen Eckpunkt der Figur geht. Ziehe jetzt eine **lange Linie** durch den oberen Eckpunkt bis auf die andere Seite der Geraden.

Gehe so mit allen Eckpunkten und mit einem Punkt auf der Kreislinie vor. Das Bild, das du erhältst, sollte dann so aussehen (die roten Linien auf dem Bild solltest du im besten Fall mit Bleistift konstruiert haben):



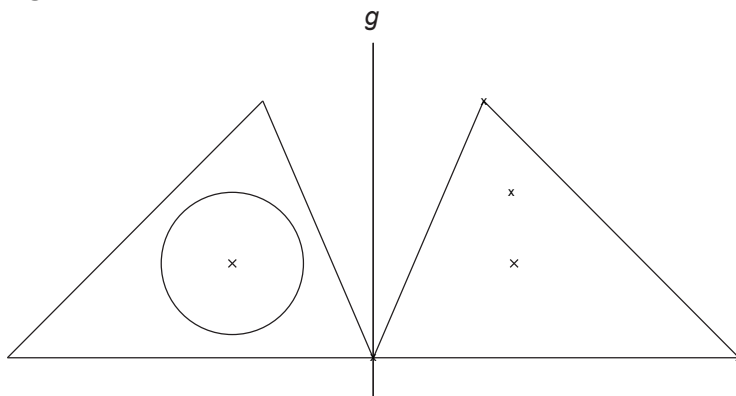
Nimm nun deinen Zirkel zur Hand und stich in den **Schnittpunkt** zwischen der Geraden g und einer Hilfslinie ein. Stelle den Radius deines Zirkels so ein, dass die zweite Spitze des Zirkels auf dem Punkt liegt, den du spiegeln möchtest. Lass den Zirkel eingestochen und **drehe** ihn um 180° , sodass du auf der anderen Seite der Geraden landest. Zeichne dort, wo die Linie des Zirkels die Hilfslinie schneidet, einen Punkt ein.

Gehe so mit allen Punkten vor und radiere anschließend die Hilfslinien aus. Dann sollte dein Bild so aussehen:



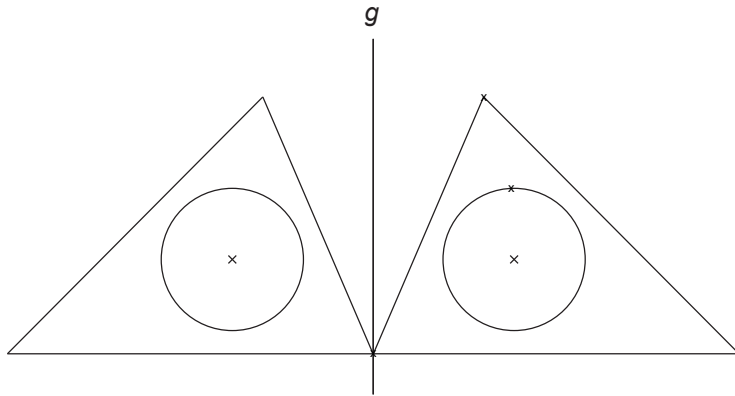
2. Schritt: Verbinden der Punkte

Verbinde jetzt die Punkte mit deinem Geodreieck, sodass du die Spiegelung der Figur erhältst. Das sollte so aussehen:

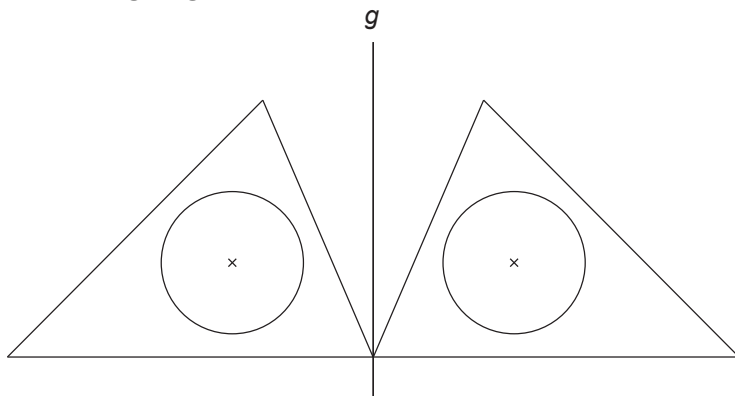


3. Schritt: Konstruieren des Kreises

Jetzt fehlt dir nur noch der Kreis in der Mitte. Nimm wieder deinen **Zirkel** zur Hand und stich in die Spiegelung des **Kreismittelpunkts** ein. Stelle den Radius deines Zirkels so ein, dass die zweite Spitze des Zirkels auf dem Punkt liegt, den du spiegeln möchtest. Zeichne jetzt einen Kreis. Dein Bild sollte danach so aussehen:



Zum Schluss musst du nur noch die Hilfslinien und Hilfspunkte **ausradieren**. Dein endgültiges Bild sieht so aus:



4. ► Überprüfen der Aussage

(1P)

Überlege dir zuerst, wie viel **Prozent** des Anfangspreises die Schuhe bei einem Rabatt von 20 % noch kosten. Wenn du das weißt, kannst du den **neuen Preis** der Schuhe berechnen und entscheiden, ob die Aussage stimmt.

Der ursprüngliche Preis der Schuhe entspricht 100 % des Preises. Bei einem Rabatt von 20 % kosten die Schuhe nach der Reduzierung nur noch $100\% - 20\% = 80\%$ des ursprünglichen Preises.

Jetzt kannst du berechnen, was die Schuhe **nach der Reduzierung** noch kosten: 20 % sind $\frac{1}{5}$. Da 80 % viermal so viel wie 20 % sind, sind $80\% \frac{4}{5}$. Multipliziere jetzt den Anfangspreis mit $\frac{4}{5}$, um den neuen Preis zu erhalten. Da du nur überschlagen

musst, kannst du die 89,00 € auf 90 € aufrunden: $90 \cdot \frac{4}{5} = \frac{360}{5} = 72$

Alternative: Dreisatz

Diese Rechnung kannst du auch mit Hilfe eines Dreisatzes machen:

$$\begin{array}{l} 100\% \cong 90\text{ €} \\ 1\% \cong 0,9\text{ €} \\ 80\% \cong 72\text{ €} \end{array} \begin{array}{l} \cdot 100 \\ \cdot 100 \\ \cdot 80 \end{array}$$

Nach der Reduzierung kosten die Schuhe also noch 72 €. Das sind ungefähr 75 €. Daher stimmt die Aussage.

5. ► Zuordnen der Darstellungen

(1P)

Überlege dir, wie die beiden Anteile veranschaulicht werden können. Anschließend kannst du den Anteilen eine Grafik zuordnen.

$\frac{1}{3}$ ist ein Drittel oder **ein Teil von drei Teilen**. Du suchst also eine Grafik, auf der du drei Teile eines Ganzen siehst. Weiterhin muss eine Markierung nach einem Teil sichtbar sein.

Darstellung A hat zwei unterschiedlich gefärbte Flächen. Die Grenze zwischen den beiden Flächen ist bei etwas mehr (bzw. etwas weniger) als der Hälfte. Von drei Teilen und einem Teil ist nichts zu sehen.

Darstellung B zeigt vier gleich große Flächen. Es gibt also insgesamt vier Teile. Daher kann diese Grafik auch nicht passen.

Darstellung C ist ähnlich wie Darstellung B. Man kann sie in vier gleich große Teile aufteilen. Also insgesamt wieder keine drei Teile.

Bei Darstellung D wirst du fündig. Der Zahlenstrahl ist in drei gleich große Teilstücke aufgeteilt. Insgesamt gibt es also drei Teile. Nach dem ersten Teilstück ist eine Markierung in Form eines Pfeils. Es gibt also drei Teile mit einer Markierung nach dem ersten Teil.

Zu $\frac{1}{3}$ passt Darstellung D.

D

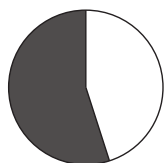


55 % ist etwas mehr als 50 %, also etwas mehr als die Hälfte.

Darstellung A hat zwei unterschiedlich gefärbte Flächen. Die Grenze zwischen den beiden Flächen ist bei etwas mehr (bzw. etwas weniger) als der Hälfte. Die schwarze Fläche ist etwas größer als die Hälfte der Gesamtfläche. Sie veranschaulicht 55 %.

Zu 55 % passt Darstellung A.

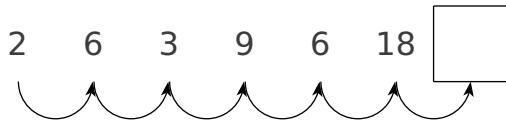
A



6. ► Fortsetzen der Zahlenreihen

(1P)

Bei Zahlenreihen werden meist **zwei Rechenoperationen** eingesetzt, die sich abwechseln. Diese Rechenoperationen musst du herausfinden.



Der **erste Schritt** ist von 2 zu 6. Um von 2 zu 6 zu kommen, hast du zwei einfache Möglichkeiten:

$$2 \cdot 3 = 6 \rightarrow \cdot 3$$

$$2 + 4 = 6 \rightarrow +4$$

Der **zweite Schritt** ist von 6 zu 3. Um von 6 zu 3 zu kommen, hast du wieder zwei einfache Möglichkeiten:

$$6 : 2 = 3 \rightarrow : 2$$

$$6 - 3 = 3 \rightarrow -3$$

Der **dritte Schritt** ist von 3 zu 9. Um von 3 zu 9 zu kommen, hast du wieder zwei einfache Möglichkeiten:

$$3 \cdot 3 = 9 \rightarrow \cdot 3$$

$$3 + 6 = 9 \rightarrow +6$$

Beim dritten Schritt wiederholt sich meist die Rechenoperation des ersten Schritts. Bei beiden Schritten stand $\cdot 3$ zur Auswahl. Daher kannst du davon ausgehen, dass die **Rechenoperation beim ersten, dritten und fünften Schritt** $\cdot 3$ ist.

Der **vierte Schritt** ist von 9 zu 6. Um von 9 zu 6 zu kommen, hast du nur eine einfache Möglichkeiten:

$$9 - 3 = 6 \rightarrow -3$$

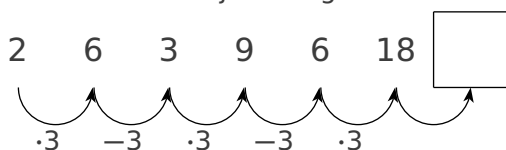
Beim vierten Schritt wiederholt sich meist die Rechenoperation des zweiten Schritts. Bei beiden Schritten stand -3 zur Auswahl. Daher kannst du davon ausgehen, dass die **Rechenoperation beim zweiten, vierten und sechsten Schritt** -3 ist.

Nun hast du bereits die beiden Rechenoperationen herausgefunden. Du solltest jedoch unbedingt kontrollieren, ob diese auch für die ganze Zahlenreihe zutreffen.

Der **fünfte Schritt** ist von 6 zu 18. Du weißt bereits, dass die passende Rechenoperation $\cdot 3$ sein muss. Bei der Kontrolle ergibt sich, dass das tatsächlich stimmt:

$$6 \cdot 3 = 18$$

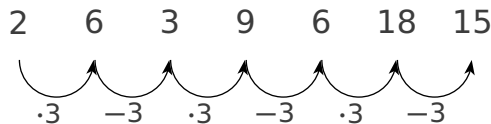
Du solltest dir bis jetzt folgende Notizen gemacht haben:



Der nächste Schritt wäre dementsprechend wieder -3 . Du musst also rechnen:

$$18 - 3 = 15$$

Die Zahl, die die Reihe richtig fortsetzt, ist 15.

**7. ► Lösen der Gleichung**

(1P)

Beim Lösen einer Gleichung solltest du versuchen, auf die eine Seite der Gleichung alle Zahlen mit x zu bekommen und auf die andere Seite der Gleichung alle Zahlen ohne x .

$$10 \cdot (x - 5) + 12 = 2x - 6 \quad | \text{ ausmultiplizieren}$$

$$10x - 50 + 12 = 2x - 6 \quad | \text{ zusammenfassen}$$

$$10x - 38 = 2x - 6 \quad | -2x$$

$$10x - 2x - 38 = 2x - 2x - 6$$

$$8x - 38 = -6 \quad | +38$$

$$8x - 38 + 38 = -6 + 38$$

$$8x = 32 \quad | :8$$

$$\frac{8}{8}x = \frac{32}{8}$$

$$x = 4$$

8. ► Berechnen der Zahl

(1P)

Finde zunächst die Zahlen, die in den Zellen stehen, die in der Formel genannt werden und notiere sie. Setze sie anschließend in die Formel ein und berechne die Zahl, die in Zelle $F6$ steht.

1. Schritt: Finden der Zahlen

In der Formel werden die Zahlen in folgenden Zellen benötigt: $B6$; $C6$; $D6$; $E6$

In Zelle $B6$ steht die Zahl 3: $B6 = 3$

In Zelle $C6$ steht die Zahl 2: $C6 = 2$

In Zelle $D6$ steht die Zahl 0: $D6 = 0$

In Zelle $E6$ steht die Zahl 3: $E6 = 3$

2. Schritt: Einsetzen der Zahlen in die Formel

Setze nun die Zahlen, die du gerade notiert hast, in die Formel ein.

$$F6 = B6 + C6 + D6 + E6 \quad | B6 = 3; C6 = 2; D6 = 0; E6 = 3$$

$$F6 = 3 + 2 + 0 + 3$$

$$F6 = 8$$

In der Zelle $F6$ steht die Zahl 8.

9. ► **Berechnung der Anzahl der Füllungen**

(1P)

Zuerst solltest du die **Angaben aus der Aufgabenstellung** mathematisch ausdrücken. Um zu wissen, wie viel Wasser in den Quader und die Pyramide passt, musst du das **Volumen** der beiden Körper berechnen.

1. Schritt: Umformulieren der Aufgabenstellung

Schau dir die Aussagen in der Aufgabenstellung an und übersetze sie in „mathematische Sprache“:

„Die Pyramide hat die gleiche Grundfläche [...] des Quaders.“ $\rightarrow G_P = G_Q$

„Die Pyramide hat [...] die halbe Höhe des Quaders.“ $\rightarrow h_P = \frac{1}{2} \cdot h_Q$

2. Schritt: Berechnen des Volumens der beiden Körper

Die Formel zur Berechnung des Volumens eines Quaders lautet: $V_Q = G_Q \cdot h_Q$

Die Formel zur Berechnung des Volumens einer Pyramide lautet: $V_P = \frac{1}{3} \cdot G_P \cdot h_P$

Jetzt kannst du die Angaben aus dem ersten Schritt in die Formel zur Berechnung des Volumens einer Pyramide einsetzen:

$$V_P = \frac{1}{3} \cdot G_P \cdot h_P \quad | \quad G_P = G_Q$$

$$V_P = \frac{1}{3} \cdot G_Q \cdot h_P \quad | \quad h_P = \frac{1}{2} \cdot h_Q$$

$$V_P = \frac{1}{3} \cdot G_Q \cdot \frac{1}{2} \cdot h_Q$$

$$V_P = \frac{1}{6} \cdot G_Q \cdot h_Q \quad | \quad G_Q \cdot h_Q = V_Q$$

$$V_P = \frac{1}{6} \cdot V_Q$$

Das Volumen der Pyramide V_P ist $\frac{1}{6}$ des Volumens des Quaders V_Q . Das heißt, das Volumen des Quaders V_Q ist das Sechsfache des Volumens der Pyramide V_P . Aus diesem Grund passt in den Quader sechsmal soviel Wasser wie in die Pyramide.

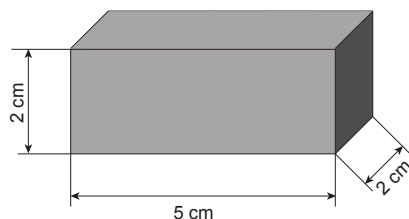
Die gesamte Pyramide muss 6 Mal gefüllt werden, um den Quader vollständig mit Wasser zu befüllen.

10. ► **Berechnung des Volumens des Körpers**

(1P)

Überlege dir zuerst, aus welchen Körpern die Figur besteht. Anschließend kannst du das Volumen dieser Teilkörper berechnen und addieren.

Der Körper besteht aus einem Quader, der den unteren Teil des Körpers bildet und fünf Prismen (die Zacken).

1. Schritt: Berechnung des Volumens des Quaders

Die Formel zur Berechnung des Volumens eines Quaders lautet $V_Q = \text{Breite} \cdot \text{Höhe} \cdot \text{Tiefe}$.

Die Breite, die Höhe und die Tiefe des Quaders sind bereits bekannt: Breite=5 cm; Höhe=2 cm; Tiefe=2 cm

Setze nun die Werte in die Formel ein und berechne das Volumen:

$$V_Q = \text{Breite} \cdot \text{Höhe} \cdot \text{Tiefe} \quad | \text{Breite}=5 \text{ cm}; \text{Höhe}=2 \text{ cm}; \text{Tiefe}=2 \text{ cm}$$

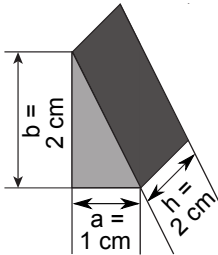
$$V_Q = 5 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}$$

$$V_Q = 20 \text{ cm}^3$$

Der Quader hat ein Volumen von 20 cm^3 .

2. Schritt: Berechnung des Volumens der Prismen

Ein Zacken, also ein Prisma, sieht folgendermaßen aus:



Die **Formel** zur Berechnung des Volumens eines Prismas lautet: $V_P = \frac{1}{2} \cdot G \cdot h$

Die Grundfläche unseres Prismas ist ein Dreieck. Die Formel zur Berechnung des Flächeninhalts eines Dreiecks lautet: $A_D = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$

Setze diese Formel nun für die Grundfläche in die Formel zur Berechnung des Flächeninhalts eines Prismas ein: $V_P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot h$

In der Skizze kannst du erkennen, dass du alle benötigten Angaben bereits hast. Die Strecke a ist 1 cm lang, weil fünf Prismen 5 cm lang sind. Da jedes Prisma gleich lang ist, muss ein Prisma 1 cm lang sein.

Setze die Angaben jetzt in die Formel ein und berechne das Volumen eines Prismas:

$$V_P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot h \quad | a=1 \text{ cm}; b=2 \text{ cm}; h=2 \text{ cm}$$

$$V_P = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}$$

$$V_P = \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ cm}^3$$

$$V_P = 2 \text{ cm}^3$$

Ein Prisma hat ein Volumen von 2 cm^3 . Der Körper, dessen Volumen du berechnest, hat jedoch **fünf** Prismen. Daher musst du das Volumen noch mit 5 multiplizieren:

$$V_{5P} = 5 \cdot V_P \quad | V_P = 2 \text{ cm}^3$$

$$V_{5P} = 5 \cdot 2 \text{ cm}^3$$

$$V_{5P} = 10 \text{ cm}^3$$

Die Prismen haben ein Volumen von 10 cm^3 .

3. Schritt: Berechnung des Volumens des Körpers

Um das Volumen des gesamten Körpers zu berechnen, musst du das Volumen der Prismen zum Volumen des Quaders addieren:

$$V_K = V_Q + V_{5P} \quad | V_Q = 20 \text{ cm}^3; V_{5P} = 10 \text{ cm}^3$$

$$V_K = 20 \text{ cm}^3 + 10 \text{ cm}^3$$

$$V_K = 30 \text{ cm}^3$$

Der Körper hat ein Volumen von 30 cm^3 .