a) ▸ **Nachweisen der Symmetrie** (10P)

Wenn der Graph einer Funktion symmetrisch ist, dann ist er entweder **achsensymmetrisch** oder **punktsymmetrisch**. Um einen Graphen auf Symmetrie zu überprüfen, setzt du für $x = -x$ in die Funktion $f(x)$ ein. Ist ein Graph achsensymmetrisch zur y-Achse so gilt $f(-x) = f(x)$. Ist ein Graph punktsymmetrisch zum Ursprung so gilt $f(-x) = -f(-x)$.

▸ **Bestimmen der Extrempunkte**

Du kannst du Extrempunkte mit Hilfe des Grafik-Menüs deines GTR bestimmen.

▸ **Begründen der Wendepunkte**

Überlege dir, wann Graphen von **ganzrationalen Funktionen** Wendepunkte haben und was die **Extrempunkte** damit zu tun haben. Wendepunkte sind die Punkte, an denen sich das Krümmungsverhalten einer Funktion ändert.

▸ **Begründen der Wendestellen**

Du berechnest die Wendestellen einer Funktion, indem du die zweite Ableitung der Funktion gleich Null setzt (**notwendige Bedingung**). Überlege dir, wie sich das Ableiten einer Funktion auf deren Funktionsterm auswirkt.

b) ▸ **Berechnung des Flächeninhalts** (9P)

Du sollst hier den Flächeninhalt zwischen einem Graphen und einer Gerade berechnen. Dieser Flächeninhalt ist also der Flächeninhalt **zwischen zwei Graphen**. Die Gerade bezeichnen wir mit g. Notiere dir zunächst die Geradengleichungen der Geraden g, die gemeinsam mit dem Graphen von f die Teilflächen begrenzt. Danach solltest du dir klar machen, aus welchen Teilflächen die betrachtete Fläche besteht. Anschließend kannst du den Flächeninhalt mit Hilfe eines Integrals berechnen.

c) ▸ **Bestimmung der ersten Ableitung** (14P)

Beim Ableiten helfen dir die **Summenregel**, die **Potenzregel** und die **Faktorregel** weiter.

▸ **Bestimmung der Steigung**

Die Steigung einer Funktion wird dir immer durch deren **erste Ableitung** gegeben. Gesucht ist also der **Funktionswert** der ersten Ableitung an der Wendestelle. Die Wendestellen sind in der Aufgabenstellung des Aufgabenteils b) gegeben. Setze die Wendestellen in die Funktionsgleichung der ersten Ableitung ein und berechne so die Steigung der Funktion an diesen Stellen.
Du kannst diese Aufgabe auch mit Hilfe deines GTR lösen.

▸ **Untersuchen der Zahlenwerte**

Die Steigung einer Funktion wird dir immer durch deren **erste Ableitung** gegeben. Du musst also hier die Funktionswerte der Funktion f' betrachten. Um den **Wertebereich** der Steigung zu ermitteln, musst du die Grenzwerte der Funktion f' berechnen. Der Wertebereich umfasst alle Zahlen, welche eine Funktion als Funktionswert annehmen kann, also alle möglichen y-Werte.

► Entscheiden, ob manche Zahlenwerte mehrfach auftreten

Schau dir nochmals den Graphen von f an und entscheide, welche Zahlenwerte aus $\mathbb{R}$ für die Steigung mehr als zweimal angenommen werden. Achte darauf, dass du tatsächlich die Steigung von f betrachtest und nicht die Funktionswerte von f.

Um den **Zahlbereich** für die Zahlenwerte der Steigung, welche wiederholt auftreten, anzugeben, kannst du dir den Graphen der Ableitungsfunktion f' anschauen. Die Ableitungsfunktion nimmt diejenigen Funktionswerte mehr als zweimal an, die zwischen dem Funktionswert des **Minimums** und dem Funktionswert des **Maximums** der Ableitungsfunktion f' liegen. Daher musst du die Funktionswerte des Maximums und des Minimums von f' bestimmen.

d) **► Nachweis des Sattelpunkts** (12P)

Ein Sattelpunkt ist ein **Wendepunkt mit waagrechter Tangente**. Damit sich an der Stelle $x = 0$ ein Sattelpunkt befindet, musst du zeigen, dass folgendes gilt:

$$g_0'(x=0) = 0$$
$$g_0''(x=0) = 0$$
$$g_0'''(x=0) \neq 0$$

► Bestimmen des Parameters k

Ein Sattelpunkt ist ein **Wendepunkt mit waagrechter Tangente**. Das bedeutet, dass die **erste und zweite Ableitung** an der Stelle $x_S = 3$, an der sich der Sattelpunkt befindet, gleich Null sein müssen. Die **dritte Ableitung** an der Stelle $x_S = 3$ muss ungleich Null sein. Die ersten beiden Ableitungen der Funktion g_k sind in der Aufgabenstellung gegeben. Du kannst sie ohne Nachweis verwenden. Die dritte Ableitung erhältst du, indem du die zweite Ableitung nochmals ableitest. Setze nun die Stelle $x_S = 3$ in die erste und zweite Ableitung ein, setze die entstandenen Terme jeweils gleich Null und löse die Gleichung nach k auf. Zum Schluss musst $x_S = 3$ noch in die dritte Ableitung einsetzen.

► Untersuchen der Wendestellen

Für eine Wendestelle x_W muss gelten: $g_k''(x_W) = 0$ (notwendige Bedingung). Die Wendestellen einer Funktion sind **Nullstellen der zweiten Ableitung der Funktion**. Damit eine Funktion keine Wendestellen hat, darf die zweite Ableitung der Funktion keine Nullstellen haben. Bestimme k also so, dass die zweite Ableitung keine Nullstellen besitzt.