

Gegeben sind die Funktionen f_a mit der Gleichung $f_a(x) = \frac{ax^2+3}{2x-1}$; $a \in \mathbb{R}$.
 Die Graphen dieser Funktionen f_a seien G_a .

- a) Geben Sie den Definitionsbereich von f_a an. Bestimmen Sie das Verhalten der Funktionswerte von f_a für $x \rightarrow +\infty$ und $x \rightarrow -\infty$ in Abhängigkeit von a . Unterscheiden Sie dabei die Fälle $a < 0$, $a = 0$ und $a > 0$. (8P)

Der Graph genau einer Scharfunktion liegt auf einer Geraden. Bestimmen Sie den zugehörigen Parameterwert a .

- b) Einer der Graphen G_a hat den lokalen Extrempunkt $E(-1 | f_a(-1))$. (12P)

Bestimmen Sie für diesen den Wert des Parameters a und die Art des Extrempunktes E .

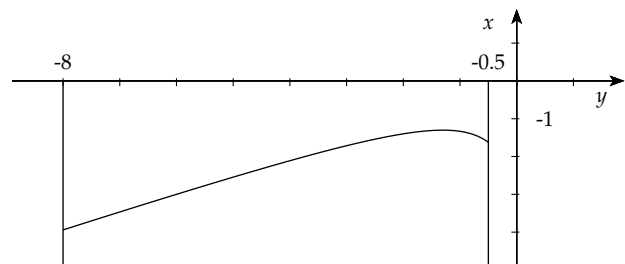
Weisen Sie nach, dass für $a > 0$ zwei Extremstellen existieren.

Bestimmen Sie den Wert des Parameters a so, dass die zur y -Achse parallelen Geraden durch die beiden Extrempunkte den Abstand 2 LE haben.

- c) Weisen Sie nach, dass alle Graphen G_a einen gemeinsamen Punkt S und in diesem auch eine gemeinsame Tangente t haben. Ermitteln Sie die Gleichung von t . (8P)

Zeigen Sie weiterhin, dass für $a \neq -12$ jede Tangente t_a an G_a im Punkt $P_a(-1 | f_a(-1))$ die Gerade g mit der Gleichung $y = -6x - 3$ in ein und demselben Punkt Q schneidet.

- d) Der Querschnitt eines Brückenträgers entspricht in guter Näherung modellhaft der Fläche, die der Graph G_1 und die Geraden $x = -8$ und $x = -0,5$ mit der x -Achse einschließen. (6P)



Berechnen Sie die Größe dieser Fläche.

Verwendet man im gleichen Intervall statt G_1 andere Graphen G_a zur Modellierung des Brückenträgers, kommt es zu Veränderungen der Querschnittsfläche.

Ermitteln Sie den Parameter $a > 0$ auf drei Dezimalstellen gerundet, so dass sich die beschriebene Fläche im Vergleich zu der mithilfe von G_1 berechneten Fläche verdoppelt.

- e) Berechnen Sie im Intervall $-8 \leq x \leq -4$ den mittleren Anstieg von G_1 . (6P)

Zeigen Sie, dass die untere Begrenzung des Brückenträgers aus Teilaufgabe d) auch sehr gut durch eine Gerade beschrieben werden kann, indem Sie nachweisen, dass sich der mittlere Anstieg und der maximale Anstieg von G_1 in diesem Intervall um weniger als 0,02 unterscheiden.

(40P)