Pflichtaufgabe 1

▶ Wertverlust berechnen

Berechne den Wert y eines Autos in Abhängigkeit der Zeit t in Jahren. Der Neuwagen kostet 17.900 € und erfährt über drei Jahre einen Wertverlust von 22 % pro Jahr.
Der Neuwagen verliert jährlich einen gewissen prozentualen Anteil seines Werts. In diesem Zusammenhang verwendest du eine Exponentialfunktion, um die Änderung des Werts zu beschreiben, da es sich hier um **exponentielles Wachstum** handelt. Dies ist ähnlich dem Zinseszins. Der Funktionsterm lautet dementsprechend:

$$\boxed{\boldsymbol{y(t) = y_0 \cdot (1 + \tfrac{p}{100})^t}}$$

Mit

- t: Zeit in Jahren
- $y(t)$: Wert des Autos zum Zeitpunkt t
- y_0: Wert zum Zeitpunkt $t = 0$ (Wert des Neuwagens)
- $(1 + \dfrac{p}{100})$: Wachstumsfaktor
- p: Wachstumsrate

In der Aufgabenstellung hast du den Neuwert des Autos y_0 mit $y_0 = 17.900$ € gegeben. Jährlich wird mit einem Wertverlust von 22 % gerechnet, was einer Wachstumsrate p von $p = -22$ entspricht. Durch Einsetzen von p ergibt sich für den Wachstumsfaktor der Wert $1 - 0,22 = 0,78$. Berechne nun den Wert $y(t)$ des Wagens nach $t = 3$ Jahren.

Pflichtaufgabe 2

a) ▶ Funktionsgraphen darstellen

Gegeben sind die beiden Funktionen

$$y = f(x) = x^2 + 2x + 4 \quad \text{mit} \quad x \in \mathbb{R}$$

und

$$y = g(x) = \sqrt{x} \quad \text{mit} \quad x \in \mathbb{R};\, x \geq 0$$

Um die Graphen in geeigneter Form in einem Koordinatensystem darzustellen fertigst du zunächst eine **Wertetabelle** an und trägst anschließend die Punkte in ein Koordinatensystem ein. Danach kannst du den Verlauf des jeweiligen Graphen anhand der vorhandenen Punkte skizzieren. Beginne mit dem zweiten Graphen am besten erst, wenn der erste Graph gezeichnet ist, damit du nicht durcheinander kommst, welche Punkte zu welchem Graphen gehören.

b) ▶ Koordinaten des Schnittpunkts angeben

Gegeben ist eine lineare Funktion h deren Graph durch den Scheitelpunkt von f verläuft und eine Steigung von $m = -1$ aufweist. Unter diesen Umständen ziehst du ein Steigungsdreieck heran, um einen zweiten Punkt B zu bestimmen, der Teil des Graphen von h ist. Zeichne den gesuchten Graphen, indem du eine Gerade durch den Scheitelpunkt und den neuen Punkt ziehst. Die Koordinaten des Schnittpunkts S kannst du direkt aus dem Koordinatensystem ablesen.

c) ▶ **Funktionsgleichung angeben**

Dem Aufgabentext kannst du entnehmen, dass es sich im Falle der Funktion h um eine lineare Funktion handelt, der zugehörige Graph ist also eine Gerade. In Teilaufgabe b) hast du bereits den Graphen kennen gelernt. An dieser Stelle geht es nun darum, mit den gegebenen Informationen die Funktionsgleichung zu ermitteln.
Ganz allgemein lässt sich die Funktionsgleichung einer linearen Funktion h folgendermaßen notieren:

$$\boxed{\boldsymbol{h(x) = m \cdot x + b}}$$

Hierbei entspricht m der Steigung der Geraden und b dem y–Achsenabschnitt. Um die gesuchte Funktionsgleichung anzugeben gilt es nun diese beiden Unbekannten korrekt zu bestimmen. Gehe dazu wie folgt vor: Bestimme die Steigung m auf Grundlage des Aufgabentexts. Bestimme den Scheitelpunkt S der Funktion f und berechne mittels Einsetzen der Koordinaten den y–Achsenabschnitt b.

Pflichtaufgabe 3

▶ **Mogelpackung nachweisen**

Der Aufgabentext liefert dir die Information, was objektiv als Mogelpackung bezeichnet werden kann: Verpackungen, deren Volumen das 2,5–fache Volumen des Inhalts übersteigt. Bezeichnen wir das Verpackungsvolumen mit V_{Pack} und das Inhaltsvolumen mit V_{Inhalt}, dann können wir diese Aussage folgendermaßen notieren:

$$\boxed{\boldsymbol{V_{\text{Pack}} > 2,5 \cdot V_{\text{Inhalt}}}}$$

Gehe nun so vor, dass du zuerst das Verpackungsvolumen V_{Pack} berechnest und anschließend die Hypothese der Mogelpackung überprüfst. Die Verpackung ist der angegebenen Abbildung nach ein **Zylinder**. Ganz allgemein berechnet sich das Volumen eines Zylinders als Grundfläche G mal Höhe h. Dafür können wir im Bezug auf den Durchmesser d der Grundfläche folgende Formel notieren:

$$\boxed{V_{\text{Pack}} = G \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h}$$

Dort kannst du die Werte aus der Abbildung einsetzen und so das Volumen der Verpackung berechnen.

Pflichtaufgabe 4

▶ **Quadratische Gleichung lösen**

Löse die **quadratische Gleichung**

$$x^2 + 2 \cdot (5x + 12) = 0$$

Gehe hierzu wie folgt vor: Multipliziere zunächst die Klammer aus und löse anschließend die quadratische Gleichung mit der **abc– oder der pq–Formel**. Diese lauten wie folgt:

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \qquad\qquad x^2 + p \cdot x + q = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad\qquad \Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Pflichtaufgabe 5

a) ► Flächeninhalt des Vierecks berechnen

Gegeben ist ein Viereck *ABCD* mit folgenden Eigenschaften

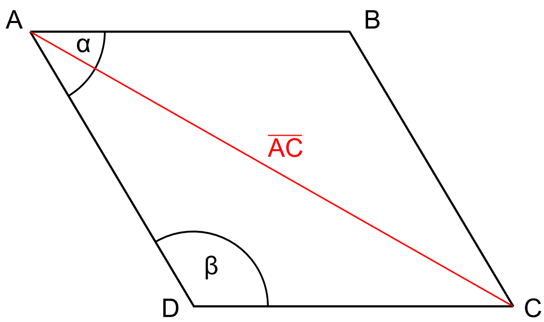
- $a = b = c = d = 4,2\,\text{cm}$
- Winkel $BAD = \alpha = 58°$

Da alle vier Seiten gleich lang sind und der Winkel α kein rechter Winkel ist, handelt es sich bei diesem Viereck um eine Raute. Berechne folglich den Flächeninhalt einer Raute mittels

$$\boxed{A = a^2 \cdot \sin(\alpha) \;\text{ mit }\; a = 4,2\,\text{cm},\; \alpha = 58°}$$

b) ► Länge der Diagonalen $\overline{AC}$ berechnen

Bevor du daran gehst die gesuchte Länge der Diagonalen $\overline{AC}$ zu berechnen, hilft es eine Skizze anzufertigen, um einen Überblick über die Situation zu gewinnen.



Den Winkel α kennst du bereits aus der Aufgabenstellung mit $\alpha = 58°$ und die Längen der Seiten sind dir ebenfalls bekannt. Berechne nun den Winkel β und verwende im Anschluss den **Sinussatz**, um die Länge der Diagonalen $\overline{AC}$ zu berechnen, indem du das Dreieck *ADC* betrachtest. In einem Dreieck gilt für zwei Seiten und die jeweiligen gegenüberliegenden Winkel der Sinussatz, der sich in diesem Fall folgendermaßen formulieren lässt:

$$\boxed{\frac{\overline{AC}}{\sin(\beta)} = \frac{\overline{DC}}{\sin(0,5 \cdot \alpha)}}$$

Pflichtaufgabe 6

a) ► Breite des Flusses berechnen

Berechne die Breite b des Flusses in zwei Schritten: Verschaffe dir zunächst einen Überblick über die Situation, indem du eine geeignete Skizze anfertigst. Berechne im Anschluss mit Hilfe des **Sinussatzes** die gesuchte Breite.

b) ► Dreieck in geeignetem Maßstab zeichnen

Wähle den Maßstab so, dass du das Dreieck bequem auf ein Blatt Papier zeichnen kannst. Wir verwenden an dieser Stelle einen Maßstab von 1:100, also $1\,\text{cm}$ in unserer Zeichnung entsprechen $100\,\text{cm} = 1\,\text{m}$ in der Realität. Damit ist die Grundseite des Dreiecks, die mit einer Länge von $11\,\text{m}$ angegeben ist, in der Zeichnung $11\,\text{cm}$ lang.
Gehe beim Konstruieren von der Grundseite und den beiden bekannten Winkeln aus, um das Dreieck zu erhalten.

Pflichtaufgabe 7

► Kantenlänge berechnen

Du kannst dir überlegen, dass zwischen dem Aluminiumwürfel und der daraus resultierenden Folie ein Zusammenhang bestehen muss: Das Volumen des Würfels ist ausschlaggebend für das Volumen der Alufolie. In der Aufgabe sind die folgenden beiden Größen angegeben:

- Fläche der Folie: $A = 30\,\text{m} \cdot 30\,\text{cm} = 30\,\text{m} \cdot 0,3\,\text{m}$
- Stärke (Dicke) der Folie: $d = 0,014\,\text{mm} = 0,000014\,\text{m}$

Stelle einen Zusammenhang zwischen dem Volumen der Alufolie und dem Volumen eines Würfels der Kantenlänge a her. Berechne anschließend a.

Pflichtaufgabe 8

a) ► Prozentuale Abnahme des Stromverbrauchs berechnen

Die Frage, die du dir hier stellst bezieht sich darauf, wie groß der Anteil am Stromverbrauch einer Person ausfällt wenn diese alleine oder in einem 4–Personen–Haushalt wohnt.
Berechne wie viel Prozent weniger Strom ein Hausbewohner eines 4–Personen–Haushalts relativ zu einem 1–Personen–Haushalt verbraucht. Rechne mit Hilfe der Formeln für die Prozentrechnung: 1.790 ist in diesem Fall der **Grundwert** und 1.125 ist der **Prozentwert**. Gesucht ist hier zuerst der **Prozentsatz**. Anschließend musst du diesen noch von 100 % abziehen, um den prozentualen Anteil des geringeren Verbrauchs zu erhalten.

b) ► Durchschnittliche Kosten pro Jahr berechnen

Dem Diagramm ist zu entnehmen, dass der Anteil der Kühl– und Gefriergeräte am jährlichen Gesamtstromverbrauch 20 % beträgt. Den durchschnittlichen Gesamtstromverbrauch haben wir bereits in Teil a) gesehen. Bei einem 4–Personen–Haushalt belief sich dieser auf 4500 kWh pro Haushalt. Des Weiteren wissen wir aus der Aufgabenstellung, dass eine Kilowattstunde (kWh) $27,4$ ct kostet. Unter Berücksichtigung dieser Größen kannst du die Kosten mit Hilfe der Formeln für die **Prozentrechnung** berechnen. 4.500 ist in diesem Fall der **Grundwert**, $20\,\% = 0,2$ der **Prozentsatz** und gesucht ist hier zunächst der **Prozentwert**, den du anschließend noch mit dem Preis pro kWh multiplizieren musst.