



2.1)

▶ Koordinaten der Punkte C und H

Du sollst die Koordinaten der Punkte C und H angeben. Dafür sind mehrere Schritte notwendig. Berechne zunächst die Kantenlänge der Grundfläche, dann kannst du bereits den Punkt C bestimmen. Der nächste Schritt ist die Bestimmung von Punkt D , bevor du dann Punkt H bestimmen kannst.

▶ Koordinaten von Punkt S

Du sollst zeigen, dass der Punkt S die Koordinaten $S(-3, 00 | 3, 00 | 7, 00)$ besitzt. Der Punkt S ist die Spitze der geraden Pyramide, die das Dach darstellt. Dieser liegt oberhalb des Mittelpunktes S' der Grundfläche $ABCD$. Also kannst du zunächst diesen Punkt bestimmen und anschließend die z -Koordinate verändern, um die Aussage zu beweisen.

2.2)

▶ Neigungswinkel berechnen

In diesem Aufgabenteil sollst du den Neigungswinkel einer dreieckigen Teildachfläche gegenüber der Fläche $EFGH$ berechnen. Das entspricht der Berechnung des Winkels zwischen zwei Ebenen mit Normalenvektoren \vec{n}_1 und \vec{n}_2 , das ist mit folgender Formel möglich:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}\right)$$

1. Schritt: Normalenvektoren bestimmen

Die Ebene durch die Punkte $EFGH$ ist parallel zur x - y -Ebene, der Normalenvektor ist orthogonal zur Ebene. Ein Vektor, der die Richtung der z -Achse hat, ist orthogonal zur x - y -Ebene. Das bedeutet, dass ein möglicher Normalenvektor gegeben ist durch:

$$\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Die zweite Ebene ist beispielsweise EHS . Stelle eine Parameterform der Ebene auf und bestimme dann den Normalenvektor n_2 mit dem Kreuzprodukt.

2. Schritt: Neigungswinkel berechnen

Setze anschließend alle Angaben in die zuvor angeführte Formel zur Berechnung des Winkels ein.

▶ Inhalt der gesamten Dachfläche

Du sollst den Inhalt der gesamten Dachfläche berechnen. Die Dachfläche besteht aus vier gleich großen Dreiecken. Du berechnest zunächst die Höhe der Dreiecksfläche, dann den Inhalt eines Dreiecks und als letzten Schritt dann den Inhalt der gesamten Dachfläche.



2.3)

▶ Nachweis, dass G' Schattenpunkt von G

Du sollst nachweisen, dass der Schattenpunkt G' des Eckpunktes G in der x – y –Koordinatenebene die Koordinaten $G'(-4, 75 | 9, 75 | 0, 00)$ besitzt. Stelle dafür eine Gerade für den Sonnenstrahl durch G auf und mache eine Punktprobe mit dem gegebenen Schattenpunkt.

▶ Koordinaten des Schattenpunktes F' bestimmen

Du sollst die Koordinaten des Schattenpunktes F' des Eckpunktes F in der x – y –Koordinatenebene bestimmen. Stelle also zunächst die Gerade des Sonnenstrahl durch F auf und berechne dann den Schnittpunkt mit der x - y -Ebene.

▶ Prüfe ob Schattenfläche ein Parallelogramm darstellt

Untersuche, ob die Schattenfläche $BF'G'C$ ein Parallelogramm ist. Das heißt gegenüberliegende Strecken müssen parallel sein (gleiche Richtung bzw. Vektoren sind ein Vielfaches voneinander) und die gleiche Länge besitzen. Dafür muss gelten:

- $\overrightarrow{BF'} = t \cdot \overrightarrow{CG'}$, außerdem müssen die Strecken die gleiche Länge haben
- $\overrightarrow{F'G'} = s \cdot \overrightarrow{BC}$, außerdem müssen die Strecken die gleiche Länge haben

2.4)

▶ Gegenseitige Lage der Geraden bestimmen

Zwei Geraden können im dreidimensionalen Raum folgende Lagebeziehungen einnehmen:

- Identisch: Die Geraden sind parallel und es existieren gemeinsame Punkte.
- Echt parallel: Die Geraden sind parallel und es existieren **keine** gemeinsame Punkte.
- Windschief: Die Geraden sind weder parallel, noch haben sie gemeinsame Punkte.
- Orthogonal: Die Geraden schneiden sich in einem rechten Winkel.

Überprüfe also, ob die Geraden parallel sind. Das ist der Fall, sofern ihre Richtungsvektoren linear abhängig sind. Untersuche anschließend ob gemeinsame Punkte vorliegen.

Stelle die Geraden s_1 durch die Punkte M und N auf.

Um die gegenseitige Lage von s_1 und s_2 bestimmen zu können, überprüfe zunächst die Richtungsvektoren, ob diese ein Vielfaches voneinander sind. Damit sie ein Vielfaches sind, müssen **alle** Vorzeichen der Koordinaten entweder identisch oder verschieden sein. Ist das der Fall, bleibt noch zu prüfen, ob die Geraden identisch oder parallel sind. Ist es nicht der Fall, setze die beiden Geraden gleich, um einen möglichen Schnittpunkt zu berechnen. Gibt es keine Lösung des Gleichungssystem sind die Geraden windschief.

▶ Länge des zweiten Seils ermitteln

Alle Punkte des zweiten Seils liegen auf der Geraden s_2 mit $0 \leq r \leq 3$. Berechne zunächst den Anfangspunkt P_1 für $r = 0$ und den Endpunkt P_2 für $r = 3$ des Seils. Dann berechne die Länge der Strecke $\overline{P_1P_2}$.



2.5)

▶ Prozent aller männlichen Besucher ermitteln

Du sollst Berechnen, wie viel Prozent aller Besucher des Klettergartens männlich sind. Berechne zunächst den Anteil der männlichen Kinder und den Anteil der männlichen Erwachsenen. Um den gesamten Anteil der männlichen Besucher zu erhalten, musst du den Anteil der männlichen Kinder und den Anteil der männlichen Erwachsenen addieren.

2.6)

Stelle zuerst die Nullhypothese und die Alternative auf:

- H_0 : Anteil der Kinder an den Besuchern des Klettergartens beträgt 70 %
- H_1 : Anteil der Kinder an den Besuchern des Klettergartens beträgt 80 %

Die Hypothese wird abgelehnt, wenn mehr als 77 von 100 zufällig ausgewählten Besuchern des Klettergartens Kinder sind. Der Annahmehbereich hat dann folgende Form $A = \{1, \dots, 77\}$ und der Ablehnbereich $\bar{A} = \{78, \dots, 100\}$.

▶ Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art

- Für die Nullhypothese H_0 gilt: $p_0 = 0,7$
- Für die Alternativhypothese H_1 gilt: $p_1 = 0,8$

Wir definieren die Zufallsvariable X , die die Anzahl der Kinder unter $n=100$ Besuchern des Klettergartens beschreibt. Diese Zufallsvariable ist **binomialverteilt**, da es nur die beiden Möglichkeiten gibt, dass die betrachtete Person ein Kind ist oder nicht und die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person ein Kind ist, immer gleich bleibt.

Ein Fehler 1. Art tritt dann ein, wenn die Nullhypothese H_0 abgelehnt wird, obwohl sie wahr ist. Für den Fehler 1. Art ist X binomialverteilt mit $n=100$ und $p=0,7$, die Wahrscheinlichkeiten kannst du mithilfe *binomcdf* deines Taschenrechners berechnen.

$$\alpha = P_{H_0}(\text{Entscheidung für } H_1)$$

▶ Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art

Für die Wahrscheinlichkeit, dass die Nullhypothese irrtümlicherweise angenommen wird, ist X binomialverteilt mit $n=100$ und $p=0,8$, die Wahrscheinlichkeiten kannst du mithilfe *binomcdf* deines Taschenrechners berechnen.

$$\beta = P_{H_1}(\text{Entscheidung für } H_0)$$