Aufgabe P1

a) ▶ **Umrechnen in Kilogramm** (1P)

Um die Einheit Tonnen in Kilogramm umzurechnen musst du wissen, dass **eine Tonne 1.000 Kilogramm entspricht**.
Um die Einheit Gramm in Kilogramm umzurechnen musst du wissen, dass **ein Kilogramm 1.000 Gramm entspricht**.

Das Gewicht des Transporters ist in Tonnen angegeben. Dieses kannst du mit Hilfe eines **Zweisatzes** in Kilogramm umrechnen.

$$\begin{array}{lcl} 1\text{ t} & \widehat{=} & 1.000\text{ kg} \\ 1,95\text{ t} & \widehat{=} & 1.950\text{ kg} \end{array} \quad \cdot 1,95$$

Das Gewicht des Kleinwagens ist bereits in Kilogramm angegeben, hier musst du also nichts umrechnen.

Das Gewicht des Motorrads ist in Gramm angegeben. Du kannst es wieder mit Hilfe eines **Dreisatzes** in Kilogramm umrechnen.

$$\begin{array}{lcl} 1.000\text{ g} & \widehat{=} & 1\text{ kg} \\ 1\text{ g} & \widehat{=} & \frac{1}{1.000}\text{ kg} \\ 210.000\text{ g} & \widehat{=} & 210\text{ kg} \end{array} \quad \begin{array}{l} :1.000 \\ \cdot 210.000 \end{array}$$

Der Transporter wiegt 1.950 kg, der Kleinwagen wiegt 805 kg und das Motorrad wiegt 210 kg.

b) ▶ **Berechnen des Prozentsatzes** (2P)

Das **Gewicht des Motorrads entspricht 100%**. Berechne mit einem **Dreisatz** den Prozentsatz des Kleinwagens. Zum Schluss musst du 100% von diesem Prozentsatz subtrahieren.

$$\begin{array}{lcl} 210\text{ kg} & \widehat{=} & 100\% \\ 1\text{ kg} & \widehat{=} & 0,476\% \\ 805\text{ kg} & \widehat{=} & 383,34\% \end{array} \quad \begin{array}{l} :210 \\ \cdot 850 \end{array}$$

$383,34\% - 100\% = 283,34$

Der Kleinwagen ist 283,34% schwerer als das Motorrad.

c) ▶ **Beurteilung der Aussage** (2P)

Überprüfe die Aussage **Satz für Satz** und nimm deine Lösung aus Teilaufgabe b) zur Hilfe.

Der **erste Satz** ist richtig: Der Kleinwagen wiegt 805 kg. Das doppelte Gewicht des Kleinwagens ist 1.610 kg. Der Transporter ist mit 1.950 kg daher tatsächlich mehr als doppelt so schwer wie der Kleinwagen.

Da der Kleinwagen allein schon 283,34% schwerer als das Motorrad ist (siehe Teilaufgabe b)), muss der Transporter auch mehr als 283,34% schwerer als das Motorrad sein, weil er schwerer als der Kleinwagen ist. Daher ist der Transporter auch mehr als 200% schwerer als das Motorrad sein. Der **zweite Satz** ist auch richtig.

Aufgabe P2

a) **▶ Berechnung des Flächeninhalts** (1P)

Setze die Werte in die gegebene Formel ein.

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}\cdot(a+c)\cdot h && \text{| Werte einsetzen}\\ &= \frac{1}{2}\cdot(6{,}2\text{ cm}+3{,}6\text{ cm})\cdot 4\text{ cm}\\ &= \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\text{ cm}\cdot 4\text{ cm}\\ &= 19{,}6\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

b) **▶ Umstellen der Formel** (2P)

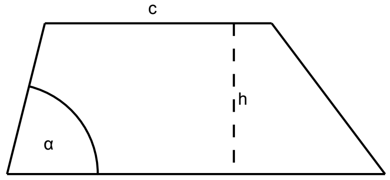
Stelle die Formel so um, dass **h alleine** auf einer Seite der Gleichung steht.

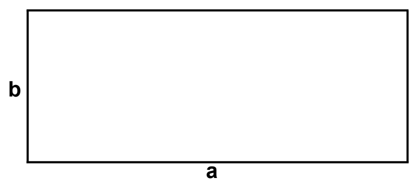
$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}\cdot(a+c)\cdot h && \text{| }\cdot 2\\ 2\cdot A &= (a+c)\cdot h && \text{| }\cdot\frac{1}{(a+c)}\\ 2\cdot A\cdot\frac{1}{a+c} &= h && \text{| zusammenfassen}\\ h &= \frac{2\cdot A}{a+c} \end{aligned}$$

Die Formel lautet: $h = \dfrac{2\cdot A}{a+c}$

c) **▶ Bedingung für ein Rechteck** (2P)

Stelle dir neben dem Trapez ein Rechteck vor. Wie musst du **an den Ecken ziehen**, damit aus dem Trapez ein Rechteck wird.





In einem Rechteck sind **alle Innenwinkel rechte Winkel**. Das bedeutet, dass die gegenüberliegenden Seiten **parallel** sein müssen. Damit dies der Fall ist, müssen die Seiten a und c eines Trapez **gleich lang** sein.

▶ Formel für den Flächeninhalt eines Rechtecks

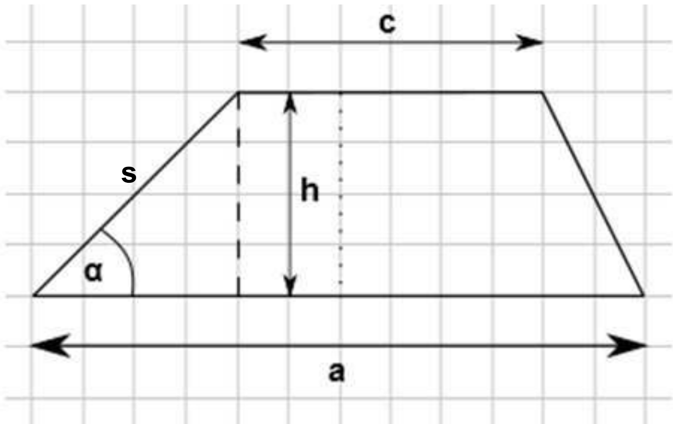
Setze in der Formel für die Variable a die Variable c ein und forme die Formel um.

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}\cdot(a+c)\cdot h && \text{| } c=a\\ &= \frac{1}{2}\cdot(a+a)\cdot h\\ &= \frac{1}{2}\cdot 2a\cdot h\\ &= \frac{2}{2}\cdot a\cdot h\\ &= a\cdot h \end{aligned}$$

Da die Höhe h in einem Trapez der Seitenlänge b in einem Rechteck entspricht, ist dies die Formel für den Flächeninhalt eines Rechtecks.

d) ▶ **Konstruktion eines Trapez** (2P)

Zeichne zuerst die **Seite a** mit einer Länge von 4 cm ein. Am linke Ende der Seite konstruierst du einen **Winkel von 45°** mit deinem Geodreieck: lege es auf die Seite a und drehe es so lange, bis du einen Winkel von 45° erreicht hast. Zeichne eine lange Linie, die an die Seite a anschließt und eben einen Winkel von 45° hat. Diese Seite ist die Seite s.
Zeichne danach die **Höhe h** (2,5 cm) rechtwinklig zur Seite a irgendwo an der Seite a ein (gepunktete Linie). Lege dein Geodreieck an die gepunktete Linie und verschiebe es so lange parallel zur gepunkteten Linie, bis es die Seite s schneidet (gestrichelte Linie). An diesem Punkt legst du dein Geodreieck an zeichnest eine 3 cm lange Linie parallel zur Seite a. Dies ist die **Seite c**. Verbinde dann das rechte Ende der Seite c mit dem rechten Ende der Seite a, sodass du ein Trapez erhältst.



Aufgabe P3

a) ▶ **Koordinaten des Scheitelpunkts** (2P)

Du musst hier den Scheitelpunkt der Parabel finden und dessen x- und y-Wert bestimmen.
Der Scheitelpunkt einer nach oben-geöffneten Parabel ist deren **Minimum**. Dieses befindet sich bei x=-1 und y=-1.

Der Scheitelpunkt befindet sich um Punkt $S(-1|-1)$.

▶ **Koordinaten der Nullstellen**

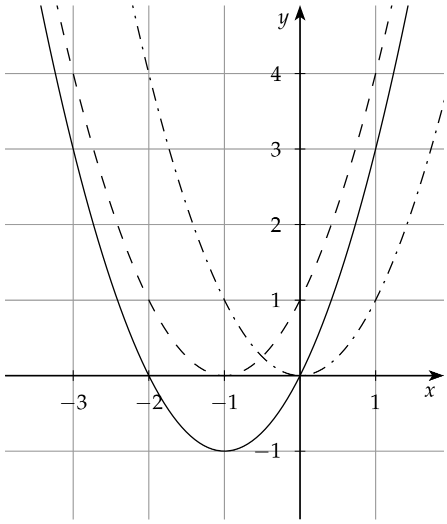
Hier musst du die x-Werte der Parabel finden, bei denen der **y-Wert gleich Null** ist. Wenn der y-Wert gleich Null ist, schneidet der Graph der Parabel die **x-Achse**.

Der erste x-Wert, bei dem der Graph der Parabel die x-Achse schneidet ist x=-2.
Der zweite x-Wert, bei dem der Graph der Parabel die x-Achse schneidet ist x=0.

b) ▶ **Verschiebung der Normalparabel** (1P)

Die Normalparabel hat die Funktionsgleichung $y = x^2$. Zuerst musst du sie in **Richtung der x-Achse** verschieben, danach in **Richtung der y-Achse**.

Zuerst solltest du dir den **x-Wert** des Scheitelpunkts des Graphen der Normalparabel (strichpunktierter Graph) anschauen. Der Scheitelpunkt befindet sich an der Stelle x = 0. Der Scheitelpunkt der abgebildeten Normalparabel (durchgezogener Graph) befindet sich an der Stelle x = -1. Du musst die Normalparabel daher um **eine Einheit nach links** verschieben (gestrichelter Graph).



Den gestrichelten Graph musst du jetzt noch in Richtung der y-Achse verschieben. Hierzu solltest du dir den **y-Wert** des Scheitelpunkts anschauen. Der y-Wert des Scheitelpunkts des gestrichelten Graphen ist y = 0. Der y-Wert der durchgezogenen Normalparabel ist y = -1. Daher musst du die Normalparabel noch um **eine Einheit nach unten** verschieben.

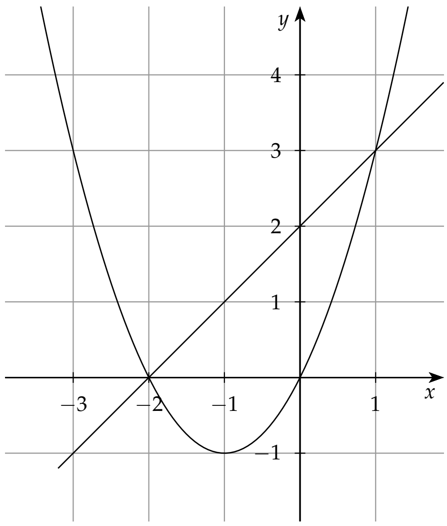
Die Normalparabel musst um eine Einheit nach links und um eine Einheit nach unten verschoben werden.

c) ► **Einzeichnen der Geraden** (1P)

Zum Zeichnen der Gerade kannst du dir eine kleine Wertetabelle erstellen.

x-Wert	-2	0	2
y-Wert	0	2	4

Trage diese drei Wertepaare jetzt im Koordinatensystem ein und verbinde die Punkte.



Wie du erkennen kannst, schneiden sich die beiden Graphen an zwei Stellen. Die erste Stelle ist x = -2. Der zugehörige y-Wert ist y = 0. Daraus ergibt sich der Schnittpunkt $S_1(-2|0)$.
Die zweite Stelle, an der sich die beiden Graphen schneiden ist x = 1. Der zugehörige y-Wert ist y 0 3. Der zweite Schnittpunkt ist daher: $S_2(1|3)$

Die beide Schnittpunkte lauten: $S_1(-2|0)$ und $S_2(1|3)$

► **Umformung der Funktionsgleichung** (2P)

Im ersten Schritt solltest du versuchen, die Klammer auszurechnen.

$$\begin{aligned} y &= (x+1)^2 - 1 && \text{| 1. binomische Formel} \\ &= x^2 + 2x + 1 - 1 \\ &= x^2 + 2x \end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung in der Form $y = ax^2 + bx + c$ lautet: $x^2 + 2x$

► **Lösen der Gleichung** (2P)

Versuche die Gleichung soweit wie möglich **zusammenzufassen** und wende zum Schluss die **pq-Formel** an.

$$\begin{aligned} x^2+2x &= x+2 && \mid -x \\ x^2+x &= 2 && \mid -2 \\ x^2+x-2 &= 0 && \mid -2 \\ x_{1,2} &= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\tfrac{1}{2}\right)^2-(-2)} \\ &= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\tfrac{1}{4}\right)+2} \\ &= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\tfrac{9}{4}\right)} \\ &= -\frac{1}{2} \pm \left(\tfrac{3}{2}\right) \\ x_1 &= -\frac{1}{2} + \left(\tfrac{3}{2}\right) \\ &= 1 \\ x_1 &= -\frac{1}{2} - \left(\tfrac{3}{2}\right) \\ &= -2 \end{aligned}$$

Die Schnittpunkte sind $S_1(-2|0)$ und $S_2(1|3)$.

Aufgabe P4

a) ▶ **Berechnung der Anzahl von Cola-Trinkern** (2P)

Rechne den Prozentsatz **in einen Bruch** um und multipliziere die Anzahl der Schülerinnen und Schüler in der Klasse mit diesem Bruch.

Um den Prozentsatz in einen Bruch umzurechnen, hilft es dir zu wissen, dass Prozent aus dem Latein kommt und auf übersetzt **„pro Hundert“** heißt. 36% heißt also 36 pro Hundert oder anders dargestellt: $\frac{36}{100}$

Jetzt kannst du die Anzahl von Cola-Trinkern ausrechnen:
$\frac{36}{100} \cdot 25 = 9$
9 Schülerinnen und Schüler trinken regelmäßig Cola.

▶ **Beurteilung der Aussage** (2P)

Denke über zwei Situationen nach:
1) Es gibt mehr Jungs als Mädchen in der Klasse.
2) Es gibt mehr Mädchen als Jungs in der Klasse.

Diese Aussage ist nur dann richtig, wenn in der Klasse **mehr Jungs als Mädchen** sind. Wären es mehr Mädchen in der Klasse, dann kann es sein, dass beispielsweise die Hälfte der Jungs und nur ein Drittel der Mädchen angegeben hat, Cola zu trinken und es trotzdem mehr Cola-trinkende Mädchen gibt.

b) **▶ Ermittlung der Schokoladen-Menge** (2P)

Berechne zuerst wie **viele Würfel Zucker** in 57 Litern Cola sind. Danach musst du einen **Dreisatz** aufstellen, um die Menge Schokolade zu berechnen.

In einem Liter Cola sind etwa 37 Stück Zucker. In 57 Litern Cola sind daher 57 · 37 = 2.109 Stück Zucker.

Um zu berechnen, wie viel Schokolade das entspricht kannst du einen Dreisatz aufstellen:

$$\begin{array}{rlcl} & \text{19 Würfel} & \widehat{=} & \text{100 g Schokolade} \\ :19 & \text{1 Würfel} & \widehat{=} & \text{5,26 g Schokolade} & :19 \\ \cdot 2.109 & \text{2.109 Würfel} & \widehat{=} & \text{11.100 g Schokolade} & \cdot 2.109 \end{array}$$

Man müsste 11.100 g bzw. 11,1 kg Schokolade essen, um die gleiche Menge Zucker zu sich zu nehmen wie mit 57 Litern Cola.

Aufgabe P5

a) **▶ Zuordnen des richtigen Gleichungssystems** (2P)

Versuche ein Gleichungssystem zum Zahlenrätsel aufzustellen und **vergleiche** dieses mit den vorgegebenen Gleichungssystemen. Hierfür ist es sinnvoll zuerst die **einzelnen Elemente** des Gleichungssystems in mathematische Sprache zu übersetzen. Danach kannst du **Zeile für Zeile** zusammensetzen und zum Schluss das ganze Gleichungssystem aufbauen.

Übersetzung der einzelnen Elemente
Addieren: +
Das Dreifache der ersten Zahl: 3x
Das Doppelte der zweiten Zahl: 2y
Subtrahieren: -
Das Doppelte der ersten Zahl: 2x
Die zweite Zahl: y+

Zusammensetzen der Zeilen
I: Das Dreifache der ersten Zahl zum Doppelten der zweiten Zahl addieren: $2y + 3x$
II: Die zweite Zahl vom Doppelten der ersten Zahl subtrahieren: $2x - y$

Zusammensetzen des Gleichungssystems

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 2y + 3x = 26 \\ \text{II} & 2x - y = 1 \\ \hline \text{I} & 3x + 2y = 26 \\ \text{II} & 2x - y = 1 \\ \hline \end{array}$$

Das passende Gleichungssystem ist das Gleichungssystem B.

b) **▶ Lösen des Gleichungssystems** (4P)

Das Gleichungssystem kannst du mit dem Einsetzungsverfahren oder mit dem Additionsverfahren lösen.

1. Additionsverfahren

$$\begin{array}{llcl}
\text{I} & 3x + 7y &=& 18 \\
\text{II} & 3x - 3y &=& 3 \quad | \text{ Rechne: } I\text{-}II \\
\hline
\text{I} & 10y &=& 15 \quad | : 10 \\
\text{II} & 3x - 3y &=& 3 \\
\hline
\text{I} & y &=& \frac{3}{2} \\
\text{II} & 3x - 3y &=& 3 \quad | \ I \text{ in } II \text{ einsetzen} \\
\hline
\text{I} & y &=& \frac{3}{2} \\
\text{II} & 3x - 3\cdot\frac{3}{2} &=& 3 \\
\hline
\text{I} & y &=& \frac{3}{2} \\
\text{II} & 3x - \frac{9}{2} &=& 3 \quad | \ +\frac{9}{2} \\
\hline
\text{I} & y &=& \frac{3}{2} \\
\text{II} & 3x &=& \frac{15}{2} \quad | : 3 \\
\hline
\text{I} & y &=& \frac{3}{2} \\
\text{II} & x &=& \frac{5}{2} \\
\hline
\end{array}$$

2. Einsetzungsverfahren

$$\begin{array}{llcl}
\text{I} & 3x + 7y &=& 18 \quad | \ -7y \\
\text{II} & 3x - 3y &=& 3 \\
\hline
\text{I} & 3x &=& 18 - 7y \quad | : 3 \\
\text{II} & 3x - 3y &=& 3 \\
\hline
\text{I} & x &=& 6 - \frac{7}{3}y \\
\text{II} & 3x - 3y &=& 3 \\
\hline
\end{array}$$

Setze I in II ein:

$$\begin{aligned}
3(6-\frac{7}{3}y) - 3y &= 3 \\
18 - 7y - 3y &= 3 \\
18 - 10y &= 3 && | \ -18 \\
-10y &= -15 && | : -10 \\
y &= \frac{3}{2}
\end{aligned}$$

Setze $y = \frac{3}{2}$ in I ein:

$$x = 6 - \frac{7}{3}\cdot\frac{3}{2}$$

$$x = 6 - \frac{21}{6}$$

$$x = \frac{5}{2}$$

Die Lösung des Gleichungssystem ist: $\mathbb{L} = \left\{\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right\}$

c) ▶ **Begründung des Lösungsverhaltens** (2P)

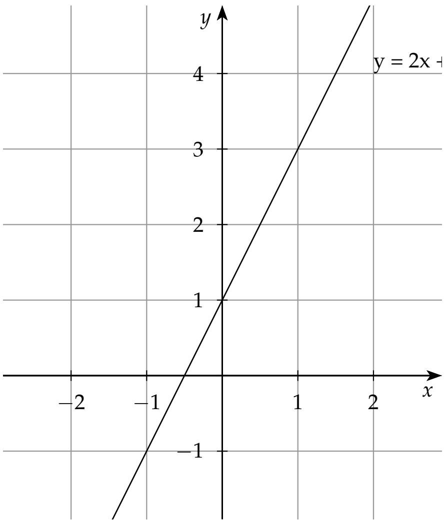
Damit ein Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat, muss es **mehr Unbekannte** als voneinander verschiedene Zeilen geben. Bei einem Gleichungssystem mit zwei Unbekannten, darf es also **nur eine Zeile** geben. Daher musst du zeigen, dass die **beiden Zeilen gleich** sind. Oder anders gesagt: Dass eine Zeile durch Äquivalenzumformungen zur anderen umgeformt werden kann:

$$\begin{array}{ll} \text{I} & y - 2x = 1 \\ \text{II} & 2y - 4x = 2 \quad |:2 \\ \hline \text{I} & y - 2x = 1 \\ \text{II} & y - 2x = 1 \\ \hline \end{array}$$

Durch eine **Äquivalenzumformung** erkennst du, dass die beiden Zeilen identisch sind.

Das Gleichungssystem hat unendlich viele Lösungen, da es zwei Unbekannte hat, die beiden Zeilen jedoch identisch sind. Es gibt also mehr Unbekannte als voneinander verschiedene Zeilen.

Alternativ kannst du dir die beiden Gleichungen auch als **Geraden** sehen. Wenn du die beiden Geraden in ein Koordinatensystem einzeichnest wirst du erkennen, dass es die **gleiche Gerade** hast. Daher gibt es **unendlich viele Schnittpunkte** der beiden Geraden, also unendlich viele Lösungen.



▶ **Bestimmen der Variablen a** (2P)

$$\begin{array}{ll} \text{I} & y - 2x = 1 \\ \text{II} & ay - 2x = 2 \end{array}$$

Damit ein Gleichungssystem mit zwei Zeilen keine Lösung hat, muss sich aus den beiden Zeilen ein **Widerspruch** ergeben. Das heißt, dass in der zweiten Zeile etwas steht, was sich nicht mit dem Inhalt der ersten Zeile vereinbaren lässt.

Besonders deutlich wird dieser Widerspruch, wenn auf der linken Seite des Gleichungssystem das Gleiche steht, auf der rechten etwas unterschiedliches.

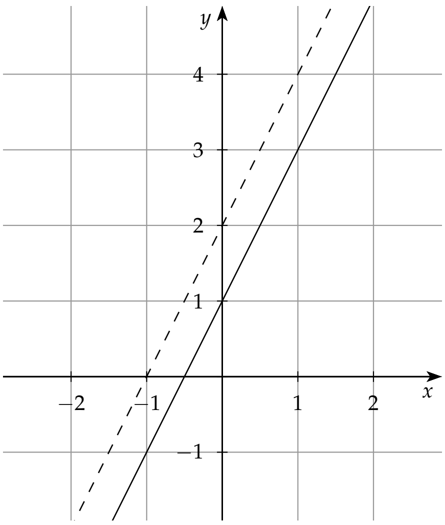
In diesem Gleichungssystem geht dies besonders gut, da der Parameter b (vor dem x) bei beiden Zeilen gleich ist, auf der rechten Seite jedoch eine unterschiedliche Zahl steht. Den Widerspruch erhälst du jetzt am einfachsten, indem du für den **Parameter a** die Zahl eins wählst. So ergibt sich aus beiden Zeilen ein eindeutiger Widerspruch:

$$\begin{array}{ll} \text{I} & y - 2x = 1 \\ \text{II} & y - 2x = 2 \end{array}$$

Gleichzeitig kannst du die beiden Zeilen auch wieder als **Geraden** sehen. Damit die beiden Geraden sich nicht schneiden, müssen sie **parallel** sein. Um dies zu erreichen, musst du beiden Gleichungen in die Form y = bx + c umformen. Danach musst du a so bestimmen, dass die beiden Geraden parallel sind:

$$\begin{array}{llcl|l}
\text{I} & y - 2x & = & 1 & +2x \\
\text{II} & ay - 2x & = & 2 & +2x \\
\hline
\text{I} & y & = & 1 + 2x & \\
\text{II} & ay & = & 2 + 2x & :a \\
\hline
\text{I} & y & = & 1 + 2x & \\
\text{II} & y & = & \dfrac{2+2x}{a} & \\
\hline
\text{I} & y & = & 2x + 1 & \\
\text{II} & y & = & \dfrac{2x+2}{a} &
\end{array}$$

Damit die beiden Geraden parallel sind, kannst du für a beispielsweise die Zahl eins einsetzen.



Das Gleichungssystem hat keine Lösung für a = 1. Es gibt jedoch **unendlich viele weitere Möglichkeiten**.

Aufgabe P6

a) ▶ **Zuordnung des Diagramms** (1P)

Überlege dir, wie schnell sich Tom jeweils in welche Richtung bewegt. Danach musst du ermitteln, was Tempo und Richtung im Diagramm jeweils bewirken.

Aussage	Tempo und Richtung
Tom **geht langsam** in Richtung Bushaltestelle	langsam nach vorne
Es regnet, er **rennt** nach Hause um einen Regenschirm zu holen	schnell zurück
Tom **rennt** zur Bushaltestelle	schnell nach vorne
und fährt **mit dem Bus** weiter	sehr schnell nach vorne

Wenn Tom sich **nach vorne** bewegt, dann hat die Gerade hat eine positive Steigung. Wenn Tom sich **zurück** bewegt, dann legt Tom sozusagen einen negativen Weg zurück, die Steigung muss in diesem Abschnitt also negativ sein.

Wenn Tom sich **langsam** bewegt, dann bedeutet dies, dass er viel Zeit benötigt um eine bestimmte Strecke zurückzulegen, die Gerade verläuft ist relativ flach (geringe Steigung). Wenn er sich hingegen **schnell** bewegt, dann braucht er wenig Zeit um eine bestimmte Strecke zurückzulegen. Daher ist der Graph dann relativ steil (große Steigung).

Zusammengefasst bedeutet dies:

Tempo und Richtung	Verlauf der Geraden
langsam nach vorne	flach & positive Steigung
schnell nach vorne	steil & positive Steigung
sehr schnell nach vorne	sehr steil & positive Steigung
schnell zurück	steil & negative Steigung

Nun kannst du den Aufgabentext **„übersetzen“**:

Aussage	Tempo und Richtung	Verlauf der Geraden
Tom **geht langsam** in Richtung Bushaltestelle	langsam nach vorne	flach & positive Steigung
Es regnet, er **rennt** nach Hause um einen Regenschirm zu holen	schnell zurück	steil & negative Steigung
Tom **rennt** zur Bushaltestelle	schnell nach vorne	steil & positive Steigung
und fährt **mit dem Bus** weiter	sehr schnell nach vorne	sehr steil & positive Steigung

Dieser Verlauf passt nur zu **Diagramm C**.

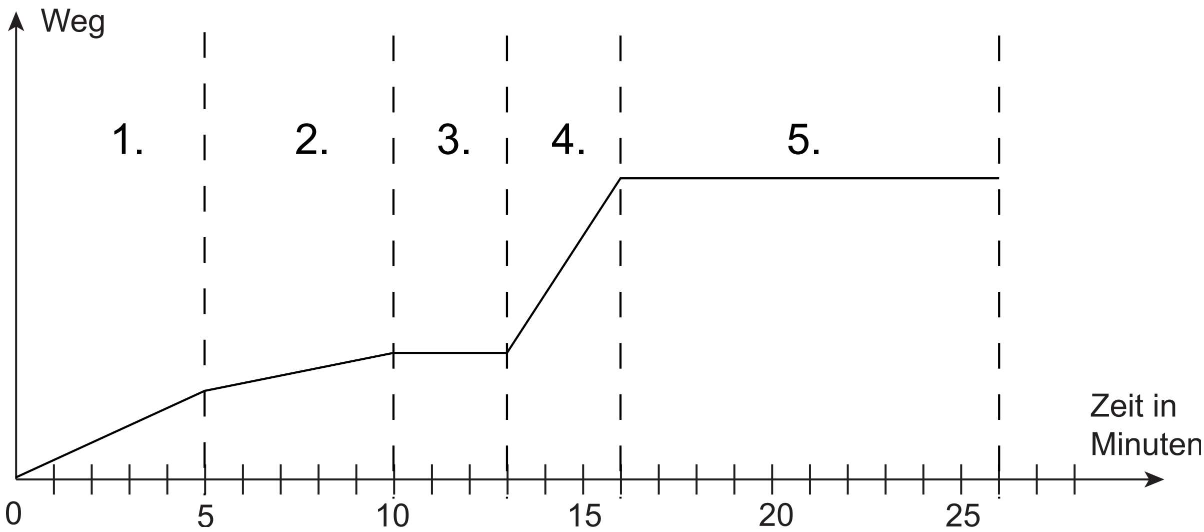
Bei **Diagramm A** ist der Bus langsamer als Tom zu Fuß und bei **Diagramm B** rennt Tom zur Bushaltestelle und geht dann langsam wieder nach Hause um den Schirm zu holen.

b) ► **Zeichnen des Verlaufs** (2P)

Überlege dir, **wie schnell** sich Tom und seine Freunde bewegen und was dies für die **Steigung** aussagt. Achte dabei darauf, dass sie sich **immer nur nach vorne** bewegen und nie zurück!

Bevor du anfängst, solltest du dir klar machen, dass es keinen Unterschied macht, ob die Gruppe bergauf oder bergab geht, schließlich ist es **kein „Höhe-Zeit-Diagramm"**, sondern ein Weg-Zeit-Diagramm. Es geht nur darum, **welchen Weg sie in welcher Zeit zurücklegen**. Egal ob bergauf oder bergab. Das Tempo gibt also die Steigung an:

Nr.	Tempo	Steigung
1.	5 min in gleichmäßigem Tempo	mittelmäßige Steigung
2.	5 min in langsamem Tempo	geringe Steigung
3.	3 min Verschnaufpause	Steigung = 0
4.	3 min in schnellem Tempo	hohe Steigung
5.	10 min Warten	Steigung = 0

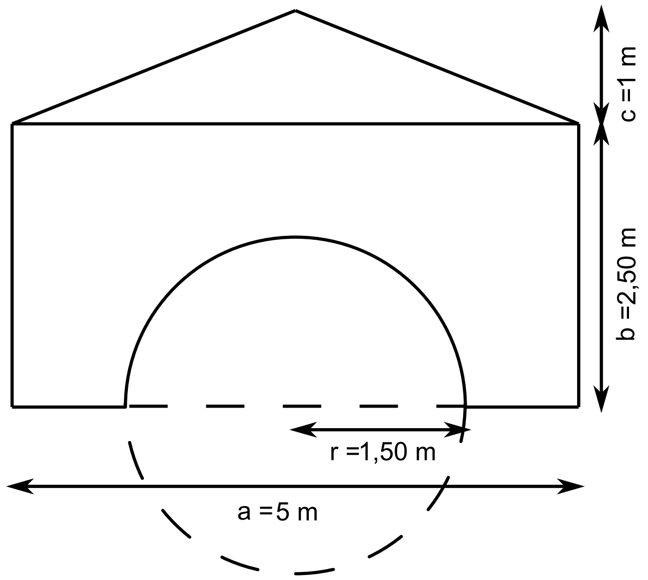


Aufgabe P7

a) ► **Berechnung des Flächeninhalts** (3P)

Zerlege die Figur in mehrere **Teilfiguren**, berechne deren Flächeninhalte und addiere diese.

Anhand der Skizze kannst du erkennen, dass die Figur aus einem **gleichschenkligen Dreieck** (Dach) und einem **Rechteck** besteht. Hiervon musst du jedoch noch den Eingang subtrahieren, der die Form eines Halbkreises hat.



Den Flächeninhalt des **gleichschenkligen Dreiecks** kannst du mit der Formel $A_D = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$ berechnen:

$$\begin{aligned} A_D &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot h && \mid \text{Werte einsetzen} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 5\text{m} \cdot 1\text{m} \\ &= 2{,}5\text{m}^2 \end{aligned}$$

Den Flächeninhalt des **Rechtecks** kannst du mit der Formel $A_R = a \cdot b$ berechnen:

$$\begin{aligned} A_R &= b \cdot b && \mid \text{Werte einsetzen} \\ &= 5\text{ m} \cdot 2{,}5\text{ m} \\ &= 12{,}5\text{ m}^2 \end{aligned}$$

Jetzt musst du nur noch den Flächeninhalt des **Halbkreises** subtrahieren. Der Flächeninhalt eines Kreises ist: $A_K = \pi \cdot r^2$

Der Flächeninhalt eines Halbkreises ist gerade die Hälfte davon:

$$\begin{aligned} A_{HK} &= \frac{1}{2} \cdot A_K \\ &= \frac{1}{2}(\pi \cdot r^2) && \mid \text{Werte einsetzen} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (1{,}5\text{ m})^2 \\ &= 2{,}53\text{ m}^2 \end{aligned}$$

Insgesamt ist der Flächeninhalt:

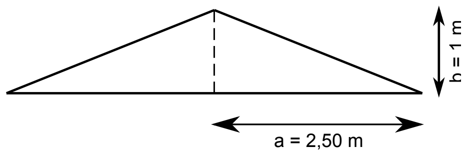
$$\begin{aligned} A_{ges} &= A_D + A_R - A_{HK} && \mid \text{Werte einsetzen} \\ &= 2{,}5\text{ m}^2 + 12{,}5\text{ m}^2 - 2{,}53\text{ m}^2 \\ &= 12{,}47\text{ m}^2 \end{aligned}$$

Die Kulisse hat einen Flächeninhalt von $12{,}47\text{ m}^2$.

b) ▶ **Berechnung der Länge des Klebebands** (4P)

Die Kulisse soll rundherum mit Klebeband beklebt werden. Rundherum bedeutet, dass der **Umriss** der Kulisse beklebt werden soll. Aus diesem Grund musst du den **Umfang** der Figur berechnen. Da es für den Umfang der Figur wieder keine Formel gibt, musst du die Figur **zerlegen**.

Zuerst solltest du den **Umfang des Dachs** berechnen. Dieses hat die Form eines gleichschenkligen Dreiecks. Du musst jedoch nur die beiden Seitenflächen berücksichtigen. Die Länge dieser kannst du mit dem Satz des Pythagoras berechnen:



Du kannst erkennen, dass die Länge einer Seiten gerade der Länge der Hypothenuse entspricht. Daher gilt folgende Formel:

$s^2 = a^2 + b^2$ | Werte einsetzen
$s^2 = (2,5\text{ m})^2 + (1\text{ m})^2$
$s^2 = 7,25\text{ m}^2$ | $\sqrt{}$
$s = 2,69\text{ m}$

Jede Seiten ist 2,69 m lang. Beide Seiten sind daher d = 5,38 m.

Die beiden **Seiten des Rechtecks** sind $2 \cdot 2,5$ m lang. Daher ist $r = 5,0$ m.

Die beiden **Seiten auf der die Kulisse steht** kannst du folgendermaßen berechnen:

$f = 5,0\text{ m} - 2 \cdot 1,5\text{ m}$
$= 3,0\text{ m}$

Zum Schluss musst du noch den Umfang des **Halbkreises** berechnen. Der Umfang eines Kreises ist $k = 2 \cdot \pi \cdot r$. Der Umfang des Halbkreises ist also:

$hk = \frac{1}{2}(2 \cdot \pi \cdot r)$ | Werte einsetzen
$= pi \cdot 1,5\text{ m})$
$= 4,71\text{ m}$

Insgesamt ist der Umfang:

$U = d + r + f + hk$ | Werte einsetzen
$= 5,38\text{ m} + 5,0\text{ m} + 3,0 + 4,71\text{ m}$
$= 18,09\text{ m}$

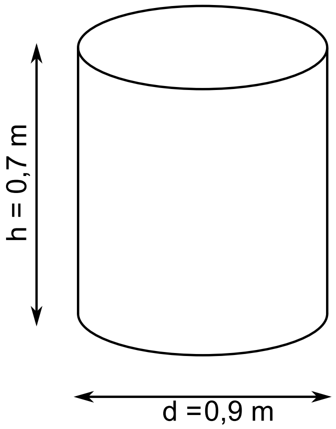
Man benötigt 18,09 m Klebeband.

Aufgabe P8

a) ▶ **Berechnung der Kaugummistreifen** (4P)

Berechne zuerst das **Volumen des halben Behälters**, damit du weißt, wie viel Kaugummimasse sich im Behälter befindet. Anschließend musst du noch das **Volumen eines Kaugummistreifens** berechnen. Zum Schluss dividierst du das Volumen der Kaugummimasse durch das Volumen eines Kaugummistreifens.

Der halbe Behälter hat folgende Maße:



Da die Maße der Kaugummistreifen in cm angegeben sind, solltest du die Maße des Behälters auch in cm umrechnen:

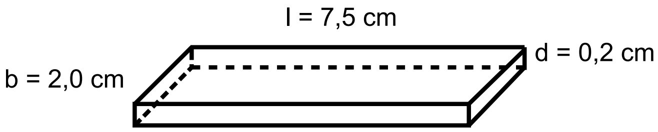
$$\begin{aligned} d &= 100 \text{ cm} \cdot 0{,}9 \\ &= 90 \text{ cm} \\ h &= 100 \text{ cm} \cdot 0{,}7 \\ &= 70 \text{ cm} \end{aligned}$$

Die Form des Behälters ist ein Zylinder. Die Formel zur Berechnung des Volumens eines Zylinders lautet:

$$\begin{aligned} V_Z &= \pi \cdot r^2 \cdot h && \mid\ r = \frac{d}{2} \\ &= \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h && \mid\ \text{Werte einsetzen} \\ &= \pi \cdot \left(\frac{90 \text{ cm}}{2}\right)^2 \cdot 70 \text{ cm} \\ &= 445.320{,}76 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Es befindet sich $445.320{,}76 \text{ cm}^3$ Kaugummimasse im Behälter.

Ein Kaugummistreifen hat die Form eines Rechtecks:



Das Volumen eines Rechtecks kannst du ganz einfach berechnen:

$$\begin{aligned} V_R &= l \cdot b \cdot d && \mid\ \text{Werte aus Skizze einsetzen} \\ &= 7{,}5 \text{ cm} \cdot 2{,}0 \text{ cm} \cdot 0{,}2 \text{ cm} \\ &= 3 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Um einen Kaugummistreifen zu produzieren brauchst du also 3 cm^3 Kaugummimasse.

Um zu berechnen, wie viele Kaugummis du aus $445.320{,}76 \text{ cm}^3$ Kaugummimasse herstellen kannst, musst du nur eine kleine Division durchführen:

$$\begin{aligned} \text{Anzahl Kaugummis} &= \frac{\text{Volumen gesamte Rohmasse}}{\text{Volumen eines Kaugummis}} && \mid\ \text{Werte einsetzen} \\ &= \frac{445.320{,}76 \text{ cm}^3}{3 \text{ cm}^3} \\ &= 148.440{,}25 \end{aligned}$$

Zum Schluss musst du nur noch runden: $148.440{,}25 \approx 148.440$

Aus der Rohmasse kann man höchstens 148.440 Kaugummis herstellen.

b) **▶ Berechnung der Füllhöhe des Behälters** (3P)

Berechne zuerst, welches **Volumen von Kaugummimasse** du benötigst, um 200.000 Kaugummis herzustellen. Anschließend musst du die Formel zur Berechnung des **Volumes eines Zylinders** noch nach der Höhe auflösen.

Im Aufgabenteil zuvor hast du bereits eine wichtige Formel verwendet, die du auch in dieser Aufgabe brauchst. Da du hier jedoch das Volumen der Rohmasse berechnen willst, musst du die Formel noch umformen.

$$\text{Anzahl Kaugummis} = \frac{\text{Volumen ges. Rohmasse}}{\text{Volumen eines Kaugummis}} \qquad |\ \cdot\text{Volumen eines Kaugummis}$$

$$\begin{aligned}
\text{Volumen ges. Rohmasse} &= \text{Anzahl Kaugummis} \cdot \text{Volumen eines Kaugummis} && |\ \text{Werte einsetzen}\\
\text{Volumen ges. Rohmasse} &= 200 \cdot 3\ \text{cm}^3\\
&= 600\ \text{cm}^3
\end{aligned}$$

Setze nun die vorhandenen Werte in die Formel zur Berechnung des Volumes eines Zylinders ein und löse sie nach der Höhe auf:

$$\begin{aligned}
V_Z &= \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h && |\ \text{Werte einsetzen}\\
600\ \text{cm}^3 &= \pi \cdot \left(\frac{0{,}9\ \text{cm}}{2}\right)^2 \cdot h\\
600\ \text{cm}^3 &= \pi \cdot (0{,}45\ \text{cm})^2 \cdot h\\
600\ \text{cm}^3 &= 0{,}64\ \text{cm}^2 \cdot h && |\ : 0{,}64\ \text{cm}^2\\
h &= 943{,}14\ \text{cm}
\end{aligned}$$

Der Behälter müsste mindestens 943,14 cm mit Rohmasse befüllt sein, um 200.000 Kaugummis herzustellen.