1.1 **► Graphische Darstellung von q in Abhängigkeit der Zeit** (8P)

q lässt sich als Punktdiagramm in Abhängigkeit von t darstellen, t liegt dabei auf der x- und $q(t)$ auf der y-Achse. Achte darauf, dass alle Punkte in deinem Koordinatensystem zu sehen sind, wähle einen sinnvollen Maßstab und denke daran, die Achsen korrekt zu beschriften.

► Zeitpunkt der maximalen Staulänge

q stellt über die Differenz der im Stau ankommenden und der aus dem Stau herausfahrenden Fahrzeuge die Änderungsrate der Anzahl der Fahrzeuge im Stau pro Zeit dar.
Im Schaubild kannst du erkennen, dass q zunächst bis $t = 15$ positiv ist und danach negativ.

► Zeitpunkt des schnellsten Stauabbaus

q stellt die Änderungsrate der Fahrzeuge im Stau pro Zeit dar. Zum Zeitpunkt des schnellsten Stauabbaus muss die Differenz

$$q = q_1 - q_2$$

am negativsten sein, da die Zahl q_2 der aus dem Stau austretenden Autos dann am größten ist.

► Skizze für die Anzahl der Fahrzeuge im Stau

Die Anzahl der Fahrzeuge im Stau werde durch die Funktion Q dargestellt. Die Änderungsrate dieser Funktion, also die Änderungsrate der Anzahl der Fahrzeuge im Stau pro Zeit ist laut Aufgabentext q. Es gilt also:

$$Q'(t) = q(t).$$

Die Anzahl der Autos ist also bestimmt durch die Stammfunktion von q zu einem bestimmten Zeitpunkt.
Zudem ist bekannt, dass zu Beginn der Messung, also für $t = 0$

$$Q(0) = 405$$

und nach 60 Minuten, also für $t = 60$

$$Q(60) = 0$$

gilt.
Im Punktdiagramm kann man erkennen, dass es sich bei q um eine Funktion 3.Grades handeln könnte, da das Schaubild zwei Extrempunkte und einen Wendepunkt vorweisen kann.
Mittels kubischer Regression kannst du daher eine näherungsweise passende Funktionsgleichung $q(t)$ ermitteln.
Eine Stammfunktion Q von q mit dem y-Achsenabschnitt C kannst du über das Integral herausfinden. Ihre Gleichung lautet dann allgemein

$$Q(t) = \int q(t)\,\mathrm{d}t + C.$$

Über einen der beiden bekannten Punkte am Anfang und am Ende der Messung kannst du dann durch Einsetzen in die Gleichung den Parameter C ermitteln.
Anschließend kann mithilfe einer Wertetabelle das Schaubild von Q in einem Koordinatensystem dargestellt werden.

Es werden also vier Arbeitsschritte benötigt:

1. Eine Näherunsfunktion q durch kubische Regression bestimmen.
2. Durch Integration eine allgemeine Stammfunktion von Q mit Parameter C ermitteln.
3. C durch Einsetzen der Koordinaten einer der bekannten Punkte bestimmen.
4. Mithilfe einer Wertetabelle das Schaubild von Q skizzieren.

1.2 **► Bestimmung der Konstanten** (3P)

Die Funktionsgleichung von q wird hier in Produktform dargestellt:

$$q(t) = a \cdot (t+30)(t-b)(t-c) \qquad \text{mit } t \in [0;60].$$

Der Wert für a lässt sich über fast jedes Wertepaar der Tabelle ermitteln, sofern die Konstanten b und c bekannt sind.

Es bietet sich hier an, anhand der Nullstellen der Funktion die Konstanten b und c zu bestimmen. Wende den Satz vom Nullprodukt an.

1.3 **► Zahl der Fahrzeuge im Stau** (4P)

Gesucht ist die Gesamtzahl der Fahrzeuge im Stau 40 Minuten nach Messbeginn. Gegeben ist dafür die Funktion q, die den Fahrzeugfluss, also die Änderungsrate der im Stau stehenden Fahrzeuge pro Minute definiert.

Um von einer momentanen Änderungsrate auf den Bestand nach einer bestimmten Zeit zu schließen, muss die Funktion von Messbeginn bis zum gesuchten Zeitpunkt integriert werden. Daraus erhält man dann die in diesem Zeitraum insgesamt dazugestoßenen Fahrzeuge. Um den Bestand zu erhalten, muss man zu dieser Zahl noch die zu Messbeginn bereits im Stau stehenden Fahrzeuge hinzu addieren.

Wir wollen den Bestand der Fahrzeuge im Stau 40 Minuten nach Messbeginn ermitteln, die Änderungsfunktion muss also über das Intervall

$$[0;40]$$

integriert werden, um die hinzugekommen Fahrzeuge zu erfassen. Hinzu kommen dann die 405 Autos, die bei Messbeginn schon im Stau stehen.