

In der Zeichnung der Anlage ist die schematische Darstellung eines Bergmassivs zu sehen.

Die Koordinaten der Eckpunkte lauten $A(6 \mid 0 \mid 0)$, $B(0 \mid 8 \mid 0)$, $C(-6 \mid 0 \mid 0)$, $D(0 \mid -4 \mid 0)$ und $S(0 \mid 0 \mid 5)$. Alle Daten sind in der Einheit km angegeben.

- a) Der Punkt $T_1(2,4 \mid 4 \mid 0,5)$ liegt in der von den Punkten A, B und S aufgespannten Ebene E_1 . (7P)

Von T_1 aus soll ein Tunnel durch den Berg gegraben werden mit dem Richtungsvektor

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ermitteln Sie die Koordinaten des Endpunktes T_2 des Tunnels, der in der von den Punkten D, C und S aufgespannten Ebene E_2 liegt. [Zur Kontrolle: $T_2(-0,6 \mid -2 \mid 2)$]

Skizzieren Sie den Tunnel in die Zeichnung der Anlage.

Ermitteln Sie die Länge des Tunnels.

- b) Gegeben ist für $p \in \mathbb{R}$ ein beliebiger Punkt $P(0 \mid p \mid 0)$ auf der y -Achse. (8P)

Bestimmen Sie für $B(0 \mid 8 \mid 0)$ (also $p = 8$) die Größe des Winkels α zwischen \vec{AS} und \vec{AB} .

Bestimmen Sie für $O(0 \mid 0 \mid 0)$ (also $p = 0$) die Größe des Winkels β zwischen \vec{AS} und \vec{AO} .

Ermitteln Sie für die Größe des Winkels α_p zwischen \vec{AS} und \vec{AP} einen Term in Abhängigkeit von p .

Jemand behauptet:

„Es ist klar, dass β , der Winkel zwischen \vec{AS} und \vec{AO} , der kleinste dieser Winkel α_p ist.“

Beurteilen Sie, ob diese Behauptung stimmt.

Material

Anlage: Zeichnung

