



2.1)

**▶ Koordinaten der Punkte C und H**

Du sollst die Koordinaten der Punkte  $C$  und  $H$  angeben. Dafür sind mehrere Schritte notwendig. Berechne zunächst die Kantenlänge der Grundfläche, dann kannst du bereits den Punkt  $C$  bestimmen. Der nächste Schritt ist die Bestimmung von Punkt  $D$ , bevor du dann Punkt  $H$  bestimmen kannst.

Schreibe zunächst auf, welche Größen dir die Aufgabenstellung liefert:

- $h_{\text{Gebäudekörper}} = 5 \text{ m}$
- $A_{\text{Grundfläche}} = 36 \text{ m}^2$
- $h_{\text{Dach}} = 2 \text{ m}$

**1. Schritt: Länge der Kanten der Grundseite bestimmen**

Die Grundfläche ist quadratisch, somit haben alle Kanten die gleiche Länge  $a$ . Diese Länge kannst du aus der gegebenen Grundfläche berechnen:

$$\begin{aligned} A_{\text{Grundfläche}} &= a^2 \\ 36 \text{ m}^2 &= a^2 && | \sqrt{(\dots)} \\ a &= 6 \text{ m} \end{aligned}$$

Mit der Information, dass sich der Punkt  $A$  im Koordinatenursprung befindet und der Streckenlänge  $a = 6$ , kannst du nun die gesuchten Punkte berechnen.

**2. Schritt: Punkt C bestimmen**

Der Punkt  $C$  hat die gleiche  $z$ -Koordinate wie  $A$ , da er sich auch in der  $x$ - $y$ -Ebene befindet. Er ist jedoch in negative  $x$ -Richtung und in positive  $y$ -Richtung um  $6 \text{ m}$  verschoben. Der Punkt  $C$  hat also folgende Koordinaten:

$$C(-6 | 6 | 0)$$

**3. Schritt: Punkt D bestimmen**

Der Punkt  $H$  befindet sich oberhalb des Punktes  $D$ . Der Punkt  $D$  liegt auf dem negativen Teil der  $x$ -Achse und hat einen Abstand von  $6 \text{ m}$  zum Punkt  $A$ . Die  $y$ - und die  $z$ -Koordinate sind also  $0$ . Der Punkt  $D$  hat dann folgende Koordinaten:

$$D(-6 | 0 | 0)$$

**4. Schritt: Punkt H bestimmen**

Die Höhe des Gebäudekörpers ist  $5 \text{ m}$ . Um vom Punkt  $D$  zu Punkt  $H$  zu gelangen musst du also noch um  $5$  in positive  $z$ -Richtung gehen. Der Punkt lautet somit:

$$H(-6 | 0 | 5)$$

**▶ Koordinaten von Punkt S**

Du sollst zeigen, dass der Punkt  $S$  die Koordinaten  $S(-3, 00 | 3, 00 | 7, 00)$  besitzt. Der Punkt  $S$  ist die Spitze der geraden Pyramide, die das Dach darstellt. Dieser liegt oberhalb des Mittelpunktes  $S'$  der Grundfläche  $ABCD$ . Also kannst du zunächst diesen Punkt bestimmen und anschließend die  $z$ -Koordinate verändern.

**1. Schritt: S' bestimmen**

Um die Koordinaten des Punktes  $S'$  zu bestimmen, berechnest du die Strecke vom Ursprung zum Punkt  $C$ . Der Punkt  $S'$  liegt gerade in der Mitte dieser Strecke.

$$S' = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

## 2. Schritt: z-Koordinate von S

Die Höhe des Punkt  $S$  setzt sich aus der Höhe des Gebäudekörpers und der Höhe des Dachs zusammen:

$$h_{\text{gesamt}} = 5 \text{ m} + 2 \text{ m} = 7 \text{ m.}$$

Die z-Koordinate von  $S$  beträgt also 7:

$$S(-3 \mid 3 \mid 7)$$

Die Aussage ist somit bewiesen.

2.2)

### ► Neigungswinkel berechnen

In diesem Aufgabenteil sollst du den Neigungswinkel einer dreieckigen Teildachfläche gegenüber der Fläche  $EFGH$  berechnen. Das entspricht der Berechnung des Winkels zwischen zwei Ebenen mit Normalenvektoren  $\vec{n}_1$  und  $\vec{n}_2$ . Diesen Winkel kannst du wie folgt bestimmen:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}\right)$$

## 1. Schritt: Normalenvektoren bestimmen

Die Ebene durch die Punkte  $EFGH$  ist parallel zur x-y-Ebene, der Normalenvektor ist orthogonal zur Ebene. Ein Vektor, der die Richtung der z-Achse hat, ist orthogonal zur x-y-Ebene. Das bedeutet, dass ein möglicher Normalenvektor gegeben ist durch:

$$\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Die zweite Ebene ist beispielsweise  $EHS$ . Stelle eine Parameterform der Ebene auf:

$$\vec{x} = \overrightarrow{OE} + s \cdot \overrightarrow{EH} + t \cdot \overrightarrow{ES} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Da der Normalenvektor  $n_2$  dieser Ebene **senkrecht** auf allen darin enthaltenen Vektoren steht, muss er auch folglich auch senkrecht auf den Richtungsvektoren stehen.

Um jetzt den Normalenvektor  $n_2$  bestimmen zu können, benötigst du das **Kreuzprodukt**:

$$\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 0 \cdot 2 - 0 \cdot 3 \\ 0 \cdot (-3) - (-6) \cdot 2 \\ (-6) \cdot 3 - 0 \cdot (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ -18 \end{pmatrix}$$

## 2. Schritt: Neigungswinkel berechnen

Den Neigungswinkel kannst du nun mit der obigen Formel berechnen:

$$\bullet |\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ -18 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right| = |0 \cdot 0 + 12 \cdot 0 + (-18) \cdot 1| = 18$$

$$\bullet |\vec{n}_1| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ -18 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{0^2 + 12^2 + (-18)^2} = \sqrt{144 + 324} = \sqrt{468} = 21,633$$

$$\bullet |\vec{n}_2| = \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2} = 1$$

Setze nun die gerade berechneten Größen in die Formel ein:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}\right) = \arccos\left(\frac{18}{21,633}\right) = 33,69^\circ$$

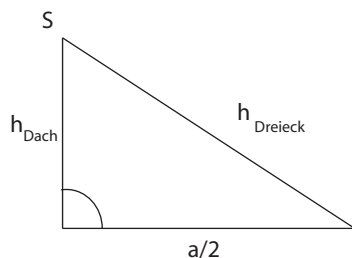
Der Neigungswinkel beträgt **33,69°**.

### ► Inhalt der gesamten Dachfläche

Du sollst den Inhalt der gesamten Dachfläche berechnen. Die Dachfläche besteht aus vier gleich großen Dreiecken, da es sich um eine gerade Pyramide handelt. Du berechnest zunächst die Höhe der Dreiecksfläche, dann den Inhalt eines Dreiecks und als letzten Schritt dann den Inhalt der gesamten Dachfläche.

#### 1. Schritt: Höhe der Dreiecksfläche berechnen

Die Höhe der Dreiecksfläche kannst du mit dem **Satz von Pythagoras** berechnen:



$$h_{\text{Dreieck}}^2 = h_{\text{Dach}}^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$h_{\text{Dreieck}}^2 = 2^2 + 3^2$$

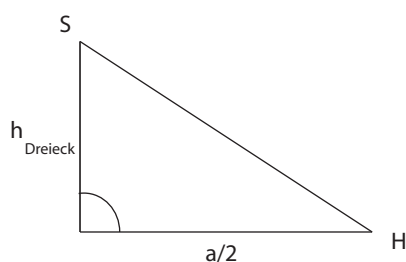
$$h_{\text{Dreieck}}^2 = 4 + 9$$

$$h_{\text{Dreieck}}^2 = 13 \quad | \sqrt{(\dots)}$$

$$h_{\text{Dreieck}} = 3,61$$

#### Alternativ

Du kannst die Strecke  $h_{\text{Dach}}$  auch in folgendem Dreieck berechnen:





$$|\overline{HS}|^2 = h_{\text{Dreieck}}^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad | - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$h_{\text{Dreieck}}^2 = |\overline{HS}|^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$h_{\text{Dreieck}}^2 = 4,69^2 - 3^2$$

$$h_{\text{Dreieck}}^2 = 12,9961 \quad | \sqrt{(\dots)}$$

$$h_{\text{Dreieck}} = 3,61$$

Die Länge von  $h_{\text{Dreieck}}$  beträgt **3,61 m**.

## 2. Schritt: Inhalt des Dreiecks berechnen

Die Grundseite des Dreiecks entspricht der Länge  $a$ , somit ist der Inhalt der Dreiecksfläche folgendermaßen zu berechnen:

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3,61 = 10,83 \text{ m}^2$$

Die Dreiecksfläche hat einen Inhalt von **10,83 m<sup>2</sup>**.

## 3. Schritt: Inhalt der gesamten Dachfläche berechnen

Die Dachfläche besteht aus vier dieser Dreiecksflächen. Dann ergibt sich folgende Fläche:

$$A_{\text{Dach}} = 4 \cdot A_{\text{Dreieck}} = 4 \cdot 10,83 = 43,32 \text{ m}^2$$

Der **Inhalt der Dachfläche** beträgt **43,32 m<sup>2</sup>**.

2.3)

### ► Nachweis, dass $G'$ Schattenpunkt von $G$ ist

Du sollst nachweisen, dass der Schattenpunkt  $G'$  des Eckpunktes  $G$  in der  $x$ - $y$ -Koordinatenebene die Koordinaten  $G'(-4, 75 | 9, 75 | 0, 00)$  besitzt. Stelle dafür eine Gerade für den Sonnenstrahl durch  $G$  auf und mache eine Punktprobe mit dem gegebenen Schattenpunkt.

#### 1. Schritt: Punkt $G$ bestimmen

Der Punkt  $G$  liegt 5 m oberhalb von Punkt  $C$ , das bedeutet, dass sich die  $z$ -Koordinate um 5 erhöht:

$$G(-6 | 6 | 5)$$

#### 2. Schritt: Gerade aufstellen

Der Stützpunkt der Gerade ist der Punkt  $G$  und der Richtungsvektor ist die gegebene Richtung des Sonnenstrahls. Die Gerade ist dann gegeben durch:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

#### 3. Schritt: Punktprobe

Um zu überprüfen, ob der gegebene Punkt der Schattenpunkt zu  $G$  ist, machst du eine Punktprobe. Wenn der Punkt auf der Geraden  $g$  liegt, ist dieser der Schattenpunkt von  $G$  in der  $x$ - $y$ -Ebene.

$$G' = g$$

$$\begin{pmatrix} -4,75 \\ 9,75 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} \quad | - \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1,25 \\ 3,75 \\ -5 \end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Du erhältst folgende Gleichungen:

$$(1) \quad 1,25 = 1 \cdot t$$

$$(2) \quad 3,75 = 3 \cdot t$$

$$(3) \quad -5 = -4 \cdot t$$

Aus der Gleichung (3) erhältst du  $t = \frac{5}{4}$ , setzt du diesen Wert in (1) und (2) sind die Gleichungen lösbar und es folgt, dass  $G'$  auf der Geraden  $g$  liegt. Der Schattenpunkt  $G'$  des Eckpunktes  $G$  in der  $x-y$ -Koordinatenebene besitzt die Koordinaten  $G'(-4,75 | 9,75 | 0,00)$ .

### ► Koordinaten des Schattenpunktes $F'$ bestimmen

Du sollst die Koordinaten des Schattenpunktes  $F'$  des Eckpunktes  $F$  in der  $x-y$ -Koordinatenebene bestimmen. Stelle also zunächst die Gerade des Sonnenstrahl durch  $F$  auf und berechne dann den Schnittpunkt mit der  $x-y$ -Ebene.

#### 1. Schritt: Gerade aufstellen

Die Gerade durch  $F$  stellst du analog zu der Geraden durch  $G$  auf. Das heißt, die Gerade hat als Stützvektor den Ortsvektor von  $F$  und den Richtungsvektor  $\vec{r}$ :

$$f: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

#### 2. Schritt: Schnittpunkt bestimmen

Die  $z$ -Koordinate des Schnittpunkts von  $f$  und der  $x-y$ -Ebene ist 0, somit hat  $F'$  die Form  $F'(x, y, 0)$ . Setze diesen Punkt mit der Gerade  $f$  gleich, um die fehlenden Koordinaten berechnen zu können:

$$F' = f$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} \quad | - \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y-6 \\ -5 \end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Du erhältst folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}(1) \quad 1 \cdot t &= x \\(2) \quad 3 \cdot t &= y - 6 \\(3) \quad -4 \cdot t &= -5\end{aligned}$$

Aus der Gleichung (3) erhältst du  $t = \frac{5}{4}$ , setzt du diesen Wert in (1) und (2) ein, um  $x$  und  $y$  zu berechnen:

$$x = 1,25$$

$$y = 6 + 3 \cdot \frac{5}{4} = 9,75$$

Der Schattenpunkt ist gegeben durch  $F'(1,25 \mid 9,75 \mid 0)$ .

### ► Prüfe, ob Schattenfläche ein Parallelogramm darstellt

Untersuche, ob die Schattenfläche  $BF'G'C$  ein Parallelogramm ist. Das heißt, gegenüberliegende Strecken müssen parallel sein (gleiche Richtung bzw. Vektoren sind ein Vielfaches voneinander) und die gleiche Länge besitzen. Dafür muss gelten:

- $\overrightarrow{BF'} = t \cdot \overrightarrow{CG'}$ , außerdem müssen die Strecken die gleiche Länge haben
- $\overrightarrow{F'G'} = s \cdot \overrightarrow{BC}$ , außerdem müssen die Strecken die gleiche Länge haben

#### 1. Schritt: Strecken $\overrightarrow{BF'}$ und $\overrightarrow{CG'}$

Berechne die Vektoren  $\overrightarrow{BF'}$  und  $\overrightarrow{CG'}$ :

$$\overrightarrow{BF'} = F' - B = \begin{pmatrix} 1,25 \\ 9,75 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,25 \\ 3,75 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CG'} = G' - C = \begin{pmatrix} -4,75 \\ 9,75 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,25 \\ 3,75 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Es gilt  $\overrightarrow{BF'} = \overrightarrow{CG'}$ , also haben sie auch die gleiche Länge.

#### 2. Schritt: Strecken $\overrightarrow{F'G'}$ und $\overrightarrow{BC}$

Berechne die Vektoren  $\overrightarrow{F'G'}$  und  $\overrightarrow{BC}$ :

$$\overrightarrow{F'G'} = G' - F' = \begin{pmatrix} -4,75 \\ 9,75 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1,25 \\ 9,75 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} = C - B = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Es gilt  $\overrightarrow{F'G'} = \overrightarrow{BC}$ , also haben sie auch die gleiche Länge.

**Die Schattenfläche ist ein Parallelogramm.**

2.4)

### ▶ Gegenseitige Lage der Geraden bestimmen

Zwei Geraden können im dreidimensionalen Raum folgende Lagebeziehungen einnehmen:

- Identisch: Die Geraden sind parallel und es existieren gemeinsame Punkte.
- Echt parallel: Die Geraden sind parallel und es existieren **keine** gemeinsame Punkte.
- Windschief: Die Geraden sind weder parallel, noch haben sie gemeinsame Punkte.
- Orthogonal: Die Geraden schneiden sich in einem rechten Winkel.

Überprüfe also, ob die Geraden parallel sind. Das ist der Fall, sofern ihre Richtungsvektoren linear abhängig sind. Untersuche anschließend ob gemeinsame Punkte vorliegen.

Stelle die Geraden  $s_1$  durch die Punkte  $M$  und  $N$  auf:

$$s_1 : \vec{x} = \overrightarrow{OM} + t \cdot \overrightarrow{MN} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \left( \begin{pmatrix} 20 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Um die gegenseitige Lage von  $s_1$  und  $s_2$  bestimmen zu können, überprüfe zunächst die Richtungsvektoren, ob diese ein Vielfaches voneinander sind. Das ist nicht der Fall, somit sind die beiden Geraden weder identisch, noch parallel.

Setze die beiden Geraden nun gleich, um einen möglichen Schnittpunkt zu berechnen:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 11 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad | - \begin{pmatrix} 20 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} 11 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad | -t \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} 11 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} - t \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Du erhält folgendes lineares Gleichungssystem:

$$\begin{array}{l} (1) \quad 0 = 11r - 20t \\ (2) \quad -4 = -r - 6t \\ (1) \quad 0 = 2r + 4t \end{array}$$

Aus Gleichung (3) folgt:  $r = -2t$

Aus Gleichung (1) folgt:  $r = \frac{20}{11}t$

Da die Werte nicht übereinstimmen, existiert kein Schnittpunkt. Die Geraden sind somit **windschief**.

### ▶ Länge des zweiten Seils ermitteln

Alle Punkte des zweiten Seils liegen auf der Geraden  $s_2$  mit  $0 \leq r \leq 3$ . Berechne zunächst den Anfangspunkt  $P_1$  und den Endpunkt  $P_2$  des Seils. Dann bestimme die Länge der Strecke



$$\overline{P_1P_2}.$$

### 1. Schritt: Anfangspunkt $P_1$ und den Endpunkt $P_2$ bestimmen

Das Seil verläuft im Bereich  $0 \leq r \leq 3$ , also ergibt sich der Anfangspunkt  $P_1$  aus der Gerade für  $r = 0$ :

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 11 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Der Endpunkt ergibt sich aus der Gerade für  $r = 3$ :

$$P_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 11 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 33 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix}$$

### 2. Schritt: Länge berechnen

Um die Länge des Seils berechnen zu können, bilde die Strecke  $\overline{P_1P_2}$ :

$$\overline{P_1P_2} = P_2 - P_1 = \begin{pmatrix} 33 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 33 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Jetzt kannst du die Länge berechnen:

$$|\overline{P_1P_2}| = \left| \begin{pmatrix} 33 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{33^2 + (-3)^2 + 6^2} = \sqrt{1134} = 33,675$$

Die Länge des zweiten Seils beträgt **33,675 m**.

2.5)

### ► Prozent aller männlichen Besucher ermitteln

Du sollst Berechnen, wie viel Prozent aller Besucher des Klettergartens männlich sind. 70 % aller Besucher dieses Klettergartens sind Kinder, das bedeutet, dass 30 % aller Besucher Erwachsene sind. Von den Kindern sind 55 % männlich. Da 15 % der erwachsenen Besucher weiblich sind, sind 85 % der erwachsenen Besucher männlich.

Der Anteil der männlichen Kinder beträgt:  $0,7 \cdot 0,55 = 0,385$

Der Anteil der männlichen Erwachsenen beträgt:  $0,3 \cdot 0,85 = 0,255$

Um den gesamten Anteil der männlichen Besucher zu erhalten, musst du den Anteil der männlichen Kinder und den Anteil der männlichen Erwachsenen addieren:

$$0,385 + 0,255 = 0,64$$

Der Anteil der männlichen Besucher beträgt **64%**.





2.6)

Stelle zuerst die Nullhypothese und die Alternative auf:

- $H_0$ : Anteil der Kinder an den Besuchern des Klettergartens beträgt 70 %
- $H_1$ : Anteil der Kinder an den Besuchern des Klettergartens beträgt 80 %

Die Hypothese wird abgelehnt, wenn mehr als 77 von 100 zufällig ausgewählten Besuchern des Klettergartens Kinder sind. Der Annahmereich hat dann folgende Form  $A = \{1, \dots, 77\}$  und der Ablehnbereich  $\bar{A} = \{78, \dots, 100\}$ .

#### ▶ Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art

- Für die Nullhypothese  $H_0$  gilt:  $p_0 = 0,7$
- Für die Alternativhypothese  $H_1$  gilt:  $p_1 = 0,8$

Wir definieren die Zufallsvariable  $X$ , die die Anzahl der Kinder unter  $n=100$  Besuchern des Klettergartens beschreibt. Diese Zufallsvariable ist **binomialverteilt**, da es nur die beiden Möglichkeiten gibt, dass die betrachtete Person ein Kind ist oder nicht und die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person ein Kind ist, immer gleich bleibt.

Ein Fehler 1. Art tritt dann ein, wenn die Nullhypothese  $H_0$  abgelehnt wird, obwohl sie wahr ist. Für den Fehler 1. Art ist  $X$  binomialverteilt mit  $n=100$  und  $p=0,7$ , die Wahrscheinlichkeiten kannst du mithilfe *binomcdf* deines Taschenrechners berechnen.

$$\alpha = P_{H_0}(\text{Entscheidung für } H_1)$$

$$\alpha = P_{H_0}(X \geq 78) = 1 - P(X \leq 77) = 1 - 0,952 = 0,048$$

Damit ist die Wahrscheinlichkeit für den **Fehler 1. Art 4,8%**.

#### ▶ Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art

Für die Wahrscheinlichkeit, dass die Nullhypothese irrtümlicherweise angenommen wird, ist  $X$  binomialverteilt mit  $n=100$  und  $p=0,8$ , die Wahrscheinlichkeiten kannst du mithilfe *binomcdf* deines Taschenrechners berechnen.

$$\beta = P_{H_1}(\text{Entscheidung für } H_0)$$

$$\beta = P_{H_1}(X \leq 77) = 0,261$$

Damit ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die **Nullhypothese irrtümlicherweise angenommen** wird **26,1%**.