

Aufgabenstellung:

Erhöhte Ozonkonzentrationen können beim Menschen Reizungen der Atemwege, Husten, Kopfschmerzen und Atembeschwerden bis hin zu Einschränkungen der Lungenfunktion und Lungenkrankheiten hervorrufen. Ihr Ausmaß wird hauptsächlich durch die Aufenthaltsdauer in der ozonbelasteten Luft bestimmt. Befindlichkeitsstörungen wie Reizerscheinungen an Augen und Schleimhäuten werden vor allem durch Begleitstoffe des Ozons (im Sommersmog) hervorgerufen.

In einer Prognose für den kommenden Tag wird die Ozonkonzentration in einer Stadt zwischen 7 Uhr ($t = 0$) und 21 Uhr ($t = 14$) durch die Funktion f mit der Funktionsgleichung

$$f(t) = 0,06 \cdot (0,25t^4 - 10,6t^3 + 101,2t^2) + 55, \quad 0 \leq t \leq 14,$$

und in einer ländlichen Region für denselben Zeitraum durch die Funktion g mit der Funktionsgleichung

$$g(t) = 0,03 \cdot (0,25t^4 - 10,75t^3 + 116t^2) + 100, \quad 0 \leq t \leq 14, \quad ^1$$

modelliert. (t in Stunden; $f(t)$, $g(t)$ in $\mu\text{g}/\text{m}^3$)

Die Graphen von f und g sind in der Abbildung auf der nächsten Seite dargestellt.

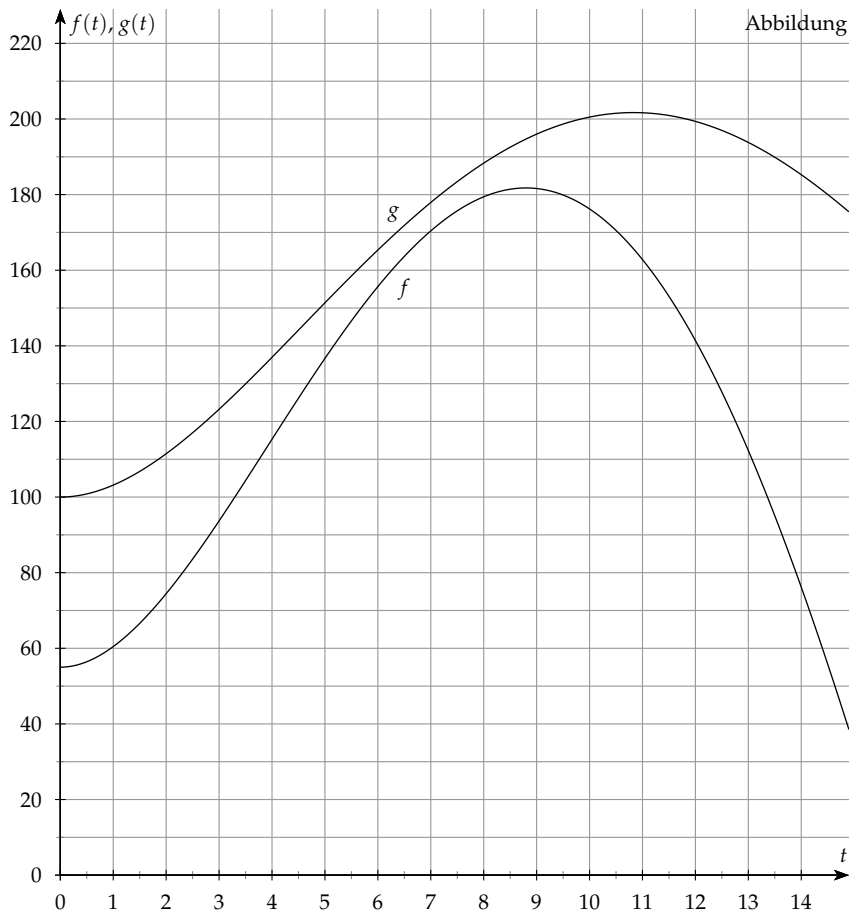
(t -Achse: 1 LE entspricht 1 Stunde; $f(t)$ -, $g(t)$ -Achse: 1 LE entspricht $1 \mu\text{g}/\text{m}^3$)

¹ Die Funktionen f sind alle $t \in \mathbb{R}$ definiert, werden aber nur für $0 \leq t \leq 14$ zur Modellierung verwendet.

- a) (1) Vergleichen Sie die Graphen von f und g im gegebenen Sachzusammenhang. (24P)
- (2) Geben Sie die Ozonkonzentrationen in der Stadt zu den Zeitpunkten 7 Uhr und 21 Uhr nach dem Prognosemodell an.
- (3) Bestimmen Sie den Zeitpunkt, an dem die höchste Ozonkonzentration in der Stadt prognostiziert wird, und berechnen Sie die höchste Ozonkonzentration.

In der ländlichen Region wird während des gesamten Zeitraums eine höhere Ozonkonzentration als in der Stadt prognostiziert.

- (4) Bestimmen Sie den Zeitpunkt, an dem sich die beiden Ozonkonzentrationen am wenigsten unterscheiden, und zeigen Sie, dass der Unterschied zu jedem Zeitpunkt mehr als $7 \mu\text{g}/\text{m}^3$ beträgt.



- b) (1) Ermitteln Sie die Zeitpunkte, an denen die Ozonkonzentration in der Stadt am stärksten zu- und am stärksten abnimmt. (18P)

(2) Erklären Sie die Bedeutung des Ausdrucks $\frac{1}{8} \cdot \int_a^{a+8} f(t) dt$, wobei $0 \leq a \leq 6$ ist, im Sachzusammenhang.

(3) Berechnen Sie $\frac{1}{8} \cdot \int_0^8 f(t) dt$.

(4) Begründen Sie, dass die Fortsetzung der Funktion f auf das Intervall $[0; 24]$ zur Prognose der Ozonkonzentration nicht geeignet ist.

Ein Prognosemodell aus der Schweiz zur Berechnung der **maximalen** Ozonkonzentration des folgenden Tages lautet: $O_m = 0,25 \cdot O_h + 5,5 \cdot T_m - 40$.

O_m : Maßzahl der maximalen Ozonkonzentration (in $\mu\text{g}/\text{m}^3$), die für den morgigen Tag prognostiziert wird

O_h : Maßzahl der maximalen Ozonkonzentration (in $\mu\text{g}/\text{m}^3$) am heutigen Tag

T_m : Maßzahl der maximalen Temperatur (in $^\circ\text{C}$), die für den morgigen Tag prognostiziert wird

Für den morgigen Tag wird eine Höchsttemperatur von 28°C vorhergesagt.



c) (1) Bestimmen Sie, für welche heutige maximale Ozonkonzentration nach dem Schweizer Modell am nächsten Tag eine Ozonkonzentration von $180 \mu\text{g}/\text{m}^3$ vorausgesagt wird. (8P)

(2) Die „Ozon-Alarmschwelle“ wird bei einer Konzentration von $240 \mu\text{g}/\text{m}^3$ erreicht. Heute wurde eine maximale Ozonkonzentration von $60 \mu\text{g}/\text{m}^3$ gemessen.

Untersuchen Sie, welche Tageshöchsttemperatur für den nächsten Tag prognostiziert werden müsste, damit nach dem Schweizer Prognosemodell morgen ein Erreichen der „Alarmschwelle“ möglich wäre.