### 1.1 ▶ Werte und Funktionsgraphen in Koordinatensystem darstellen

Einen Wert stellst du in einem Koordinatensystem dar, indem du zuerst den $x$-Wert abträgst und dann den $y$-Wert.
Graphen von Funktionen hingegen kannst du mit deinem CAS zeichnen lassen und sie dann anhand einiger Werte wie bereits genannt in das Koordinatensystem übertragen.

Um die Werte darzustellen, musst du zunächst aber die Skalierung des Koordinatensystems anpassen. Dies ist damit zu begründen, dass die Angaben in Tagen in 25 er Schritten von 0 bis 200 laufen.

- Skalierung des Koordinatensystems anpassen
- $x$- und $y$-Koordinaten der gegebenen Werte abtragen
- Funktionsgraphen mit CAS-Rechner zeichnen und anhand einiger Werte übertragen.

### ▶ Gründe gegen $f_1$ als Modell des Blumenwachstums

Um eine Funktion begründet vom Realitätsbezug auszuschließen, musst du dir in der Regel das Schaubild der Funktion im Vergleich zu realitätsnahen Werten anschauen. Dabei solltest du vor allem auf die Funktionswerte achten, gegen die die Funktion strebt.

- Vergleiche Schaubild und reale Werte
- Streben der Funktion beachten

### 1.2 ▶ Funktion $f_2$ bestimmen

Die Funktion soll einen Grad von 4 haben. Um eine Funktion 4. Grades, die die allgemeine Gleichung $f_2(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ besitzt, eindeutig zu bestimmen, benötigst du 5 Bedingungen.
Diese sind dir gegeben durch die 5 $x$-Werte und die zugehörigen $y$-Werte aus der Tabelle des Blumenwachstums. Folglich musst du 5 Gleichungen aufstellen, in die du jeweils die $x$- und $y$-Werte einsetzt, die du dann mit einer 5$x$6 großen Matrix lösen kannst.

- allgemeine Gleichung einer Funktion 4. Grades: $f_2(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$
- gegebene $x$- und $y$-Werte einsetzen
- Gleichungssystem mittels einer Matrix lösen

1.3 ▶ **Beurteilung der Näherungsfunktion $f_2$**

Um eine Aussage über die Aussagekraft des Schaubildes treffen zu können, musst du das Schaubild in 2 Abschnitten betrachten. Zum einen bis zur Stelle, an der der letzte gemessene Wert gegeben ist, also nach 200 Tagen. Zum anderen den Verlauf der Kurve nach diesem Zeitpunkt und damit die langfristige Aussagekraft der Näherungsfunktion, die man aber immer noch als Näherungsfunktion betrachten muss, da sie nur mit Werten innerhalb des berechneten Bereichs erstellt wurde.

- Graph in 2 Abschnitte aufteilen
- beide Abschnitte getrennt betrachten
- Realitätsbezug zum Wachstum der Sonnenblumen

2.1 ▶ **Werte für $a, S$ und $k$ bestimmen**

Die Werte kannst du über die Funktionsgleichung bestimmen. Da $a$ als $f_3(0)$ angeben ist, kannst du diesen Parameter bestimmen, indem du die Funktion in den Funktionseditor einträgst und dann den $y$-Wert zu $x = 0$ suchst.

$k$ kannst du erst bestimmen, wenn du $S$ bestimmt hast, da $k$ nur mit $S$ im Exponenten der e-Funktion verknüpft ist. Somit ergibt sich die Reihenfolge der zu bestimmenden Faktoren wie folgt:

1. $a$
2. $S$
3. $k$

▶ **$f_3$ als Funktion des logarithmischen Wachstums nachweisen**

Um $S$ und $k$ zu bestimmen, haben wir den Funktionsterm im vorherigen Teil mit $\frac{1}{10} = a$ erweitert. Folglich musst du die Schritte, die unternommen wurden, um die Funktion $f_3$ von der Funktion $f$ abzuändern, zurückverfolgen. Gehe dabei vom Wert $a$ aus, den du bereits eindeutig bestimmt hast.

- Weg zurückverfolgen
- Multiplikation mit $a$ im Zähler und Nenner als ersten Schritt
- Vereinfachen und zusammenfassen

2.2 ▶ **Skizziere den Graphen von $f_3$**

Den Graphen skizzierst du wieder, indem du einige Wertepaare ausrechnest, diese in eine Wertetabelle einträgst und dann in das Koordinatensystem überträgst. Verwende hierzu am besten die $x$-Werte, die du auch schon für die Bestimmung der Funktion 4. Grades verwendet hast und einige darüber hinaus bis ca. $x = 400$. Da die Funktion 4. Grades in 50 er Schritte aufgeteilt war, benötigst du also 9 Werte.

- Wertetabelle aufstellen und Wertepaare finden
- Schritte an Funktion 4. Grades anpassen
- Werte bis $x = 400$ in 50 er Schritten

2.3 ▶ **Bedeutung des Wendepunkts**

Im Wendepunkt ist die Steigung des Graphen extremal. Da unser Wendepunkt eine positive Steigung besitzt, ändert sich hier der Funktionswert am stärksten. Die Steigung bedeutet im Sachzusammenhang das Wachstum der Pflanze zu einem bestimmten Zeitpunkt.

- maximale Steigung von $f_3$ im Wendepunkt
- größte Änderungsrate
- Steigung beschreibt Stärke des Wachstums

▶ **Verhalten von $f_3(x)$ für große $x$**

Aufgrund des logistischen Wachstums wird sich $f_3(x)$ für große $x$ einem Grenzwert $S$ annähern, den wir bereits in 2.1 bestimmt haben. Dies spiegelt sich auch in unserer Wertetabelle wieder.

- Aufgabenstellung gibt Grenzwert $S$ vor
- wird bestätigt durch die Wertetabelle und das Schaubild

2.4 ▶ **maximales Abweichen der Werte im Intervall $[0; 200]$ ermitteln**

Um das maximale Abweichen der Werte innerhalb eines Intervalls zu ermitteln, musst du die Funktionen voneinander subtrahieren. Dadurch erhältst du die Unterschiede der Funktionswerte an allen Stellen im Bereich des Intervalls. Dann musst du nur noch ein Extremum der Differenzenfunktion suchen, das betragsmäßig den größten Funktionswert hat.

Die Funktion $d$ hat somit die Funktionsgleichung

$$d(x) = f_3(x) - f_2(x)$$

- Funktion zur Darstellung der Differenzen aufstellen
- $d(x) = f_3(x) - f_2(x)$
- Extremstelle $x_0$ im Intervall suchen und Differenz prozentual bestimmen
- Formel zur prozentualen Differenz $p = \dfrac{d(x_0)}{f_3(x_0)} \cdot 100\%$

2.5 ▶ **Integral berechnen**

Um das Integral zu berechnen, musst du die Funktion $f_3$ NICHT ableiten. Die allgemeine Form eines Integrals wie es hier gegeben ist, lautet:

$$\int_0^{200} f'(x)\mathrm{d}x = [f_3(x)]_0^{200} = [f_3(200)] - [f_3(0)]$$

Folglich musst du nur die Funktionswerte $f_3(200)$ und $f_3(0)$ voneinander subtrahieren und mit dem Faktor $\dfrac{1}{200}$ multiplizieren.

- $f_3(x)$ ist die Stammfunktion von $f_3'$
- Bilde $f_3(200) - f_3(0)$
- multipliziere das Ergebnis mit $\dfrac{1}{200}$

▶ **Bedeutung des Wertes im Sachzusammenhang**

Das Integral drückt die durchschnittliche Steigung des Schaubildes im Bereich $0 \leq x \leq 200$ aus. Da wir vorhin bereits die Steigung des Schaubildes als Geschwindigkeit des Wachstums definiert haben, ergibt sich somit, dass das Integral das durchschnittliche Wachstum pro Tag verdeutlicht.