Gegeben ist die Funktionenschar f_a mit $f_a(x) = (a - x) \cdot \mathrm{e}^{\frac{x}{a}}$; $x \in \mathbb{R}$; $a \in \mathbb{R}$; $a \neq 0$.
Ihre Graphen heißen G_a.

a) a) Bestimmen Sie das Verhalten der Funktionswerte von f_a für $x \to \pm\infty$. (7P)
Berechnen Sie die Länge der Strecke in Abhängigkeit von a, die durch die jeweiligen beiden Achsenschnittpunkte von G_a festgelegt ist.

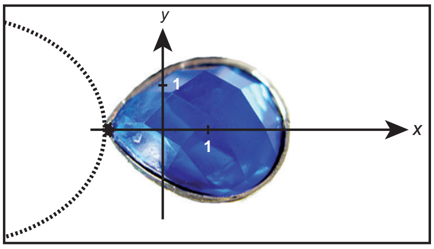
b) Zeigen Sie, dass für jeden Graphen G_a der lokale Extrempunkt auf der y-Achse liegt und bestimmen Sie dessen Art in Abhängigkeit von a. (8P)

Stellen Sie G_2 mindestens im Intervall $[-7\,;\,3]$ in einem Koordinatensystem graphisch dar.

c) Ein Graph der Schar G_a hat an der Stelle $x = 1$ den Anstieg $m = -\mathrm{e}$. Ermitteln Sie den zugehörigen Parameterwert a. (5P)
Bestimmen Sie die Größe des Winkels, den die Tangente an diesen Graphen an der Stelle $x = 1$ mit der positiven Richtung der x-Achse einschließt.

d) Ermitteln Sie eine Gleichung der Kurve, auf der alle Wendepunkte von G_a liegen. (10P)
Bestimmen Sie die Gleichung der Wendetangente an den Graphen der Funktion f_2.

e) Jeweils ein Graph G_a für $a > 0$ und der zugehörige an der x-Achse gespiegelte Graph sowie die Gerade $x = k$ sollen die Form eines Kettenanhängers begrenzen. Bestimmen Sie für alle $k < 0$ den Inhalt der Querschnittsfläche des Kettenanhängers. (5P)
Bestimmen Sie den Wert von a für $k = -6$ und $A(a) = 10cm^2$ auf drei Nachkommastellen genau (1LE = 1 cm)



Quelle: www.fotolia.com - Anastasia Tsarskaya

f) G_a und G_{-a} schließen eine Fläche ein, die als Querschnittsfläche für eine neue Form des Kettenanhängers genutzt werden soll. Bestimmen Sie a mit $1{,}70 < a < 1{,}73$ experimentell auf drei Nachkommastellen genau, damit der Flächeninhalt des Querschnitts des Kettenanhängers auf Tausendstel gerundet $10{,}001cm^2$ beträgt. (5P)
(1LE = 1 cm)

(40P)