

2.1 ▶ Angabe der Ebenengleichung

(2P)

Drei Punkte definieren immer eindeutig eine Ebene. Die Ebene in der die Zielscheibe liegt, ist durch die Punkte E , R und Z bestimmbar.

Mit diesen drei Punkten lässt sich eine Parametergleichung der Ebene E der Zielscheibe angeben.

Eine Parametergleichung mit den Parametern r und s einer Ebene hat allgemein die Form:

$$E: \vec{x} = \overrightarrow{\text{Stützvektor}} + r \cdot \overrightarrow{\text{Spannvektor}_1} + s \cdot \overrightarrow{\text{Spannvektor}_2}$$

2.2.1 ▶ Begründung des Größenunterschieds der Schützen

(7P)

Die beiden Geradengleichungen stellen den Ort der Pfeilspitzen zum Zeitpunkt t dar. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Pfeil abgeschossen, er befindet sich zu diesem Zeitpunkt direkt beim Schützen.

Die Schützen stehen wahrscheinlich auf dem Boden, der durch die x_1x_2 -Ebene dargestellt wird. Ihre Größe ist also allein abhängig von der x_3 -Koordinate. Da die Schützen ihre Pfeile auf Augenhöhe halten, kann man an der x_3 -Koordinate der Pfeilspitzen zum Zeitpunkt $t = 0$ ablesen, wer der beiden der größere Schütze ist.

▶ Begründung, welcher Schütze der Bessere ist

Es ist derjenige Schütze der Bessere, dessen Pfeil näher am Zentrum die Zielscheibe trifft. Wir suchen also den Abstand der Auftreffpunkte der Pfeile zum Punkt Z , um sie anschließend zu vergleichen.

Die Orte der Pfeile werden durch die beiden Geraden g und h definiert. Die Zielscheibe liegt in der zuvor bestimmten Ebene E . Dort, wo sich Gerade und Ebene schneiden, befinden sich folglich die Auftreffpunkte A_1 und A_2 der beiden Schützen.

Wir suchen also

1. die Schnittpunkte S_1 und S_2 von g mit E und h mit E ,
2. anschließend die Abstände der beiden Punkte von Z .

Als letztes müssen wir diese Abstände vergleichen und damit den besseren Schützen ermitteln.

2.2.2 ▶ Geringster Abstand der Pfeilspitzen im Flug

(6P)

Die beiden Pfeilspitzen beginnen ihren Flug beide bei $t = 0$ und beenden ihn - wie wir zuvor herausgefunden haben - auf der Zielscheibe bei $t = 0,5$.

Innerhalb dieses Zeitraums haben die beiden Pfeilspitzen einen Abstand voneinander, der vom Zeitpunkt t abhängt. Mithilfe der Geradengleichungen kannst du diesen allgemeinen Abstand definieren.

Dazu kannst du zunächst mithilfe dieser Gleichungen zwei allgemeine Punkte

G und H

auf den Geraden in Abhängigkeit von t definieren, die die Pfeilspitzen darstellen. Im Anschluss kannst du dann durch die Abstandsformel zweier Punkte eine Funktion für den Abstand a in Abhängigkeit der Zeit t erstellen.

Das Minimum dieser Funktion tritt dann zu dem Zeitpunkt t ein, zu dem die Pfeilspitzen den geringsten Abstand zueinander aufweisen.



Wir kommen also in drei Schritten zum Ziel:

1. Allgemeine Punkte auf den Geraden h und g definieren.
2. Mithilfe der Abstandsformel eine Abstandsfunktion der beiden Pfeilspitzen aufstellen.
3. Das Minimum der Funktion ermitteln.