

### 1.1 ► Berechnen der gesuchten Wahrscheinlichkeiten

(11BE)

Im Folgenden wird Zufallsvariable  $X$  betrachtet, welche die Anzahl fehlerhafter Chips in der Stichprobe beschreibt.  $X$  hat dabei folgende Eigenschaften:

- $X$  kann als binomialverteilt angenommen werden
- Größe der Stichprobe:  $n = 50$
- Wahrscheinlichkeit für fehlerhaften Chip:  $p = 0,15$

Die Wahrscheinlichkeiten werden im Folgenden mit Hilfe der Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten einer binomialverteilten Zufallsvariable berechnet:

$$P(X \leq k) = \sum_{i=0}^k P(X = i) = \sum_{i=0}^k \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i}.$$

Beim Berechnen der gesuchten Wahrscheinlichkeit kann dir außerdem dein CAS von Nutzen sein.

#### (1) ► Wahrscheinlichkeit: genau zwei Chips sind fehlerhaft

Zu Berechnen ist hier  $P(X = 2)$ .

#### (2) ► Wahrscheinlichkeit: mindestens zwei Chips sind fehlerhaft

Zu Berechnen ist hier  $P(X \geq 2)$ . Berechne diese Wahrscheinlichkeit mit Hilfe des zugehörigen Gegenereignisses ( $P(X < 2)$ ).

#### (3) ► Wahrscheinlichkeit: höchstens zwei Chips sind fehlerhaft

Zu Berechnen ist hier  $P(X \leq 2)$ . Berechne die Wahrscheinlichkeit mit der oben gegebenen Formel.

### 2.1 ► Ermitteln, wie oft „Electronix“ gebeten wurde, die Mikrochips zu ersetzen

(6BE)

Ein Chip ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 15 % fehlerhaft. Electronix hat genau 6000 Kunden mit je 100 Chips beliefert. Sei auch hier wieder  $X$  die Anzahl der fehlerhaften Chips in der Lieferung und binomialverteilt mit  $n = 100$  und  $p = 0,15$ .

Der gesuchte Erwartungswert (Anzahl der Reklamationen) berechnest du so:

- 1. Schritt: Ermitteln der Wahrscheinlichkeit dafür, dass mind. 20% der Lieferung fehlerhaft ist
- 2. Schritt: Bestimmen der Anzahl, wieviele Kunden erwartungsgemäß reklamieren

### 2.2 ► Anteil der Kunden ermitteln

Halb so viele Lieferungen wären in diesem Fall etwa 809 Lieferungen.

### 3.1 ▶ Darstellen der Situation in einem Baumdiagramm

(6BE)

#### Tipps beim Erstellen des Baumdiagramms:

1. Das Baumdiagramm hat insgesamt 2 Stufen
2. In der ersten Stufe wird zwischen einwandfreiem und fehlerhaftem Chip unterschieden
3. In der zweiten Stufe werden die jeweiligen Situationen, ausgesondert oder nicht ausgesondert, betrachtet

### 3.2 ▶ Erklären des Ansatzes und bestimmen der Wahrscheinlichkeit $p$

Bevor du damit beginnst, diese Aufgabe zu lösen, solltest du dir vor Augen führen, aus welchen Bestandteilen der dir gegebene Ansatz besteht:

- 0,15: Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Chip fehlerhaft ist
- $p$ : Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein fehlerhafter Chip ausgesondert wird
- 0,85: Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Chip einwandfrei ist
- 0,03: Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Chip einwandfrei ist und trotzdem ausgesondert wird
- 0,17: Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Chip ausgesondert wird

### 3.3 ▶ Ermitteln der Wahrscheinlichkeit, dass ein ausgesonderter Chip fehlerhaft war

Bei der Wahrscheinlichkeit, dass ein ausgesonderter Chip tatsächlich fehlerhaft war, handelt es sich um eine bedingte Wahrscheinlichkeit. Dabei bezeichnet hier  $A$  das Ereignis, dass ein Chip ausgesondert wurde, und  $F$  das Ereignis, dass der ausgesonderte Chip fehlerhaft war.

Die Wahrscheinlichkeit  $P(A)$ , dass ein Chip ausgesondert wird, liegt bei  $P(A) = 0,17$ , da 17% aller Chips ausgesondert werden (siehe 3.2).

Die gesuchte bedingte Wahrscheinlichkeit  $P_A(F)$ , dass ein ausgesonderter Chip tatsächlich fehlerhaft war, berechnet sich über folgenden Term:

$$P_A(F) = \frac{P(A \cap F)}{P(A)}.$$

### 4.1 ▶ Angeben der getesteten Nullhypothese

Bei der oben beschriebenen Situation handelt es sich ganz offensichtlich um einen Hypothesentest, bei dem die Frage überprüft wird, ob der Anteil der fehlerhaften Chips nachweislich gesenkt wurde oder nicht.

### 4.2 ▶ Berechnen der gesuchten Wahrscheinlichkeiten

In den folgenden zwei Teilaufgaben wird Zufallsvariable  $Z$  betrachtet.  $Z$  ist binomialverteilt mit  $n = 200$  und einem variierendem  $p$ . Zufallsvariable  $Z$  beschreibt die Anzahl fehlerhafter Chips in der Stichprobe.

(1) ► **Wahrscheinlichkeit: Team erhält Prämie, obwohl sich Anteil nicht verändert hat**

Bevor du damit beginnst, diese Aufgabe zu bearbeiten, solltest du die vor Augen führen, unter welchen Umständen das Team die Prämie ausgezahlt bekommt:

- Schritt 1: Berechnen der Anzahl an defekten Chips, bei denen das Team gerade noch die Prämie erhält

Hast du diese Anzahl bestimmt, so ermittelst du die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den 200 betrachteten Chips höchstens die von dir berechnete Anzahl an fehlerhaften Chips gefunden wurde, obwohl der Anteil der fehlerhaften Chips unverändert bei 15 % liegt.

- Schritt 2: Berechnen der Wahrscheinlichkeit, dass das Team die Prämie fälschlicherweise ausgezahlt bekommt

(2) ► **Wahrscheinlichkeit: Team erhält Prämie nicht, obwohl sich Anteil verringert hat**

Hier ist gefragt nach der Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Team die Prämie nicht bekommt, d.h. dass mehr als 22 fehlerhafte Chips in der Stichprobe gefunden werden, obwohl der Anteil der fehlerhaften Chips tatsächlich bei 10 % liegt.

Sei  $Z$  nun mit  $p = 0,1$  und  $n = 200$  verteilt. Gesucht ist  $P(Z > 22)$ .